УДК 621.311.016.1

О.И. Александров, канд. техн. наук, доц,, **ORCID** 0000-0002-5608-8131
С.В. Домников, канд. техн. наук, доц,,
Белорусский государственный технологический университет
Д.О. Иванько, аспирант, **ORCID** 0000-0002-4348-6624
Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМА ЭНЕРГОСИСТЕМЫ МЕТОДОМ НАИБОЛЬШЕГО ГАРАНТИРОВАННОГО РЕЗУЛЬТАТА

При ограниченном или несвоевременном снабжении топливом электростанций энергосистемы наблюдается отклонение фактических режимов эксплуатации от запланированных. В этом случае на некоторых электростанциях имеет место дефицит топлива. Тогда при коррекции режима на ближайший интервал времени в диспетчерскую службу энергосистемы должны быть переданы оценки допустимых расходов топлива на дефицитных электростанциях. Таким образом, в постановке задачи оптимального распределения активных мощностей налагаются жесткие ограничения на допустимые расходы топлива, и обеспечивается возможность выхода фактических расходов топлива на недефицитных станциях за ранее заданные пределы. В этом случае осуществляется переход от жестких ограничений по допустимым расходам топлива на недефицитных станциях к расплывчатым ограничениям. Теперь задачу целесообразно сформулировать как задачу многоцелевой оптимизации, в которой при надлежащем выборе функций принадлежности расплывчатых множеств можно с гарантией получить удовлетворительное решение.

Ключевые слова: энергосистема, снабжение топливом, оптимизация, расход топлива, жесткие ограничения, дефицит, расплывчатые множества, многокритериальность.

Введение. При планировании суточного режима электроэнергетической системы необходимо обеспечить баланс доставляемого, расходуемого и резервируемого топлива на каждой электростанции при наличии случайных, неопределенных и недостоверных данных. Эти условия выполняются при учете соответствующих ограничений в виде равенств и неравенств в однокритериальной постановке задачи. Однако, при построении математической модели, связанной с учетом напряжённых условий топливоснабжения, возникает необходимость обеспечения надежного функционирования энергосистемы при возникновении непредвиденных перебоев с доставкой топлива на отдельные станции. Целью принимаемых решений при этом оказывается минимизация расхода топлива на каждой из дефицитных станций с учетом технических, экономических и политических (директивных) указаний, т.е. модели оптимальной коррекции запланированных расходов по топливу должны быть многокритериальными.

В предлагаемой постановке задачи формулируются требования *минимизации расхода топлива на любой из электростанций, работающих в условиях дефицита топлива*, а для остальных электростанций задаются ограничения по допустимым расходам топлива. Такая формулировка задачи позволяет принимать оперативные оптимальные решения с учетом складывающейся конкретной обстановки в топливоснабжении. Предлагаемый способ формирования функции предпочтительности в отличие от известных [1,2] позволяет автоматически поставить все компоненты векторного критерия в равные условия.

Метод наибольшего гарантированного результата в задачах многоцелевой оптимизации. Одной из трудных методологических проблем при построении математических моделей принятия решений в задачах управления производственными системами является отыскание способа формализации разнообразных, реально существующих в системе целей, которой, с одной стороны, должен быть по возможности более адекватным содержательной сущности задачи, а с другой – обеспечивать возможность применения математических методов выбора наилучших решений.

Для исходной многоцелевой задачи оптимизации вида

$$F_\nu(\mathbf{x}) \longrightarrow \max,\ \ \nu = \overline{1,\ k};, \tag{1}$$

$$a_i \le f_i(\mathbf{x}) \le b_i, i = \overline{1,\ l}, , \tag{2}$$

где $F_\nu(\mathbf{x}) > 0,\ \nu = \overline{1,\ k},\ R^k -$ n-мерное эвклидово пространство, возможны несколько принципиально различных способов построения множества допустимых решений X и отношений предпочтительности.

Многоцелевая задача оптимизации (1-2) представляет собой пример задачи принятия решений в условиях расплывчатости (нечеткости) исходной информации, когда для любой точки эвклидова пространства $\mathbf{x} \in R^n$, не существует четко определенного способа проверки, является ли эта точка искомым оптимальным решением, и в то же время наличие критериев (1) дает некоторую информацию о том, в какой степени данная точка является удовлетворительной. Математическим аппаратом, позволяющим формализовать процедуры принятия решений в условиях расплывчатости информации, является теория расплывчатых (размытых, нечетких) множеств.

В данной статье предлагается *новый способ формирования скалярной функции предпочтительности для многоцелевых задач принятия решений*, естественным образом вытекающий из представлений, характерных для теории расплывчатых множеств. Этот подход, в отличие от известных, позволяет автоматически поставить все компоненты векторного критерия оптимальности в равные условия [3].

Сведём многоцелевую задачу оптимизации (1) – (2) к задаче принятия решений в расплывчатых условиях. Каждую из целей $F_\nu(\mathbf{x}) \longrightarrow \max$, $\nu = \overline{1,\ k}$, в (1) заменим расплывчатым множеством $A_\nu = \{\mathbf{x},\ \mu_{A_\nu}(\mathbf{x}) |\ \mathbf{x} \subset R^k\}$ с функцией принадлежности [4]:

$$\mu_{A_\nu}(\mathbf{x}) = \frac{F_\nu(\mathbf{x})}{} \max_{\mathbf{x}} F_\nu(\mathbf{x}), \qquad \nu = \overline{1,\ k.} \tag{3}$$

Для этого необходимо предварительно решить [для определения $\max F_\nu(\mathbf{x})$] k одноцелевых задач оптимизации вида

$$\left.\begin{array}{ll} F_\nu(\mathbf{x}) \longrightarrow \max, & \mathbf{x} \in R^n \\ a_i \le f_i(\mathbf{x}) \le b_i, & i = \overline{1,\ l}. \end{array}\right\} \tag{4}$$

Каждое из ограничений $a_i \le f_i(\mathbf{x}) \le b_i,\ i = \overline{1,\ l}$, в (2) заменим расплывчатым множеством A_ν с функцией принадлежности

$$\mu_{A_\nu}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0, & f_i(\mathbf{x}) < a_i; \\ 1, & a_i \le f_i(\mathbf{x}) \le b_i, i = \overline{1, l},\ \ \nu = \overline{k+1, k+l}; \\ 0, & f_i(\mathbf{x}) > b_i \end{cases} \tag{5}$$

Соответствующая расплывчатая задача оптимизации будет иметь вид

$$\mu_c(\mathbf{x}) = \bigwedge_{\nu=1}^{k+l} \mu_{A_\nu}(\mathbf{x}) = \min_{\nu=1,k+l} \mu_{A_\nu}(\mathbf{x}) \longrightarrow \max, \tag{6}$$

где $\wedge -$ символ конъюнкции непрерывных переменных в интервале [0, 1].

Решение при этом рассматривается как расплывчатое указание (инструкция) об оптимальном выборе независимых переменных в данной задаче. Наиболее целесообразным способом реализации этого указания является выбор точки $\mathbf{x}^0$, в которой функция имеет максимальное значение. Эта точка называется максимизирующим решением.

Таким образом, для решения исходной нерасплывчатой многоцелевой задачи (1), (2) необходимо, помимо k задач вида (4), решить еще следующую одноцелевую задачу оптимизации:

$$\left.\begin{array}{ll} \varphi(\mathbf{x}) = \min\limits_{\nu=1,\ k,} [F_\nu(\mathbf{x}) \,/\, \max F_\nu(\mathbf{x})] \longrightarrow \max, & \mathbf{x} \in R^n; \\ a_i \le f_i(\mathbf{x}) \le b_i, \qquad i = \overline{1, l}. & \end{array}\right\} \tag{7}$$

Если $\mathbf{x}^0$ – решение задачи (7), а $\psi(\mathbf{x}^0)$ – соответствующее значение целевой функции, то, как ясно из (7), для каждой минимизируемой функции исходной многоцелевой задачи в точке $\mathbf{x}^0$ будет выполняться условие

$$F_\nu(\mathbf{x}^0) \ge \varphi(\mathbf{x}^0) \max_{\mathbf{x}} F_\nu(\mathbf{x}). \tag{8}$$

Таким образом, принятие в качестве решения задачи (1) и (2) точки $\mathbf{x}^0$ обеспечивает для каждой функции $F_\nu(\mathbf{x})$, $\nu = \overline{1,\ k}$, достижение уровня, составляющего не меньше чем 100 $\psi(\mathbf{x}^0)$% её максимально возможного значения при ограничениях (2).

Оптимизация активных мощностей при дефиците топлива на отдельных электростанциях и жёстких ограничениях по допустимым расходам топлива на остальных электростанциях. Исходная многоцелевая задача формулируется следующим образом:

$$\left.\begin{array}{c}\sum_{i=1}^{m} T_i(P_i) \longrightarrow \min; \\ T_i(P_c) \longrightarrow \min, \quad i=\overline{1,l}; \\ \sum_{i=1}^{m} P_i - \sum_{j=1}^{k} p_j - \pi(P) = 0\,; \\ \mathbf{P_{min}} \le \mathbf{P} \le \mathbf{P_{max}}; \\ T_i(P_i) \le T_{i_{\max}},\ \ i=\overline{l+1,m},\end{array}\right\} \tag{9}$$

где $T_i(P_i)$, $i=\overline{1,m}$ – расходные характеристики электростанций; $\mathbf{P}=(P_i)$, $i=\overline{1,m}$,$\mathbf{p}$=p_j , j = $\overline{1,\ k}$ – векторы соответственно активных мощностей станций и нагрузок в узлах основной сети энергосистемы; $P_{i\min}, P_{i\max}$, $i=\overline{1,m}$– соответственно технические минимумы нагрузки и располагаемые мощности электростанций;T_{imax}, $i=\overline{l+1,\ m}$– допустимые расходы топлива на недефицитных по топливу станциях; $\pi(\mathbf{P})$ – потери активной мощности в основной сети (реактивные мощности в генерирующих и потребляющих узлах основной сети, а также коэффициенты трансформации в звеньях этой сети предполагаются заданными).

С учетом [3] эту задачу можно свести к одноцелевой задаче максимизации вида

$$\psi(\mathbf{P}) = \left(\frac{\min\limits_{\mathbf{P}} \sum_{i=1}^{m} T_i P_i}{\sum_{i=1}^{m} T_i P_i},\ \ \min_{i=1,\ l} \frac{\min\limits_{\mathbf{P}} T_i P_i}{T_i P_i}\right) \longrightarrow \max, \tag{10}$$

$$\sum_{\text{i}=1}^{m} P_i - \sum_{j=1}^{k} p_j - \pi(\mathbf{P}) = 0; \tag{11}$$

$$\mathbf{P_{min}} \le \mathbf{P} \le \mathbf{P_{max}}; \tag{12}$$

$$T_i(P_i) \le T_{\text{imax}}, \qquad i=\overline{l+1,m}. \tag{13}$$

Рассмотрим физический смысл полученной задачи. Пусть $\mathbf{P}^{\text{опт}}$ – ее решение; $\psi_0=\psi(\mathbf{P}^{\text{опт}}) \le 1$ – соответствующее значение целевой функции. Тогда в соответствии с (10):

$$\min \sum_{\text{i}=1}^{m} T_i(P_i) \,/ \sum_{\text{i}=1}^{m} T_i(\mathbf{P}_i^{\text{опт}}) \ge \psi_0;$$

$$\frac{\min\limits_{\mathbf{P}} T_i(P_i)}{T_i(\mathbf{P}_i^{\text{опт}})} \ge \psi_0, \qquad i=\overline{1,l}\,, \tag{14}$$

откуда следует, что решение задачи (10) – (13) удовлетворяет условиям

$$\Delta_0 = \sum_{\text{i}=1}^{m} T_i(P_i^{\text{опт}}) - \min_{\mathbf{P}} \sum_{\text{i}=1}^{m} T_i(P_i) \le \left({}^{1}\!/_{\psi_0} - 1\right) \min_{\mathbf{P}} \sum_{\text{i}=1}^{m} T_i(P_i)\,; \tag{15}$$

$$\Delta_i = T_i(P_i^{\text{опт}}) - \min_{\mathbf{P}} T_i(P_i) \le \left({}^{1}\!/_{\psi_0} - 1\right) \min_{\mathbf{P}} T_i(P_i). \tag{16}$$

Как видно из (10) – (13), для формирования этой задачи необходимо предварительно последовательно решить (i+1) задачу минимизации с критериями оптимизации соответственно

$$\sum_{\text{i}=1}^{m} T_i(P_i) \longrightarrow \min; \tag{17}$$

$$T_i(P_i) \longrightarrow \min, \qquad i=\overline{1,l}\,, \tag{18}$$

и ограничениями (11) – (13) у каждой из задач.

Функция $\pi(\mathbf{P})$ в общем случае имеет вид [5]:

$$\pi = [\text{P}, \text{Q}, \text{p}, \text{q}, U_0]\text{B}(\text{P}, \text{Q}, \text{p}, \text{q}, U_0)[\text{P}, \text{Q}, \text{p}, \text{q}, U_0] *, \tag{20}$$

где $\mathbf{Q}, \mathbf{q}$ – векторы строки реактивных мощностей в генерирующих и потребляющих узлах основной сети энергосистемы; $\mathbf{p}$ – вектор-строка активных мощностей в потребляющих узлах основной сети; U_0 – заданное напряжение балансирующего узла; $\mathbf{B}(\mathbf{P}, \mathbf{Q}, \mathbf{p}, \mathbf{q}, U_0)$ – матрица коэффициентов потерь, причём векторы не содержат компонентов, соответствующих балансирующему узлу, а мощности в узлах потребления считаются отрицательными.

Каждую из указанных (i+1) задач, как и задачу (10) – (13), можно решить любым методом математического программирования. Однако, поскольку решаемая исходная задача относится к задачам оперативной внутрисуточной оптимизации, целесообразно выбрать такой алгоритм решения совокупности задач (10) – (13) и (17) – (18), чтобы можно было получать хотя бы приближённые решения по уравнению режимами ЭЭС в условиях дефицита времени на принятие решения [6]. Одним из возможных подходов к построению диалогового процесса принятия решения является последовательная линеаризация функции (20) с использованием метода динамического программирования (МДП) для вычисления очередного приближения точки, в которой производится минимизация.

Допустим, что известен предварительный суточный график активных и реактивных мощностей электростанций, который включает в себя, естественно, и планируемый режим на рассмотренный отрезок времени, определяющий значение вектора $\dot{\mathbf{P}}$ активных мощностей станций и матрицы $\dot{\mathbf{B}}$ коэффициентов потерь, считая, что решение задачи (9), учитывающей учтённую информацию о текущей обстановке в системе топливоснабжения электростанций, лежит в небольшой окрестности точки $\dot{\mathbf{P}}$, разложим функцию $\pi(\mathbf{P})$ в ряд Тейлора, ограничиваясь линейными членами ряда:

$$\pi(\mathbf{P}) = \pi(\dot{\mathbf{P}}) + \left(\frac{\partial\pi}{\partial\mathbf{P}}\right)_0 \left(\mathbf{P} - \dot{\mathbf{P}}\right)^*, \tag{21}$$

где

$$\left(\frac{\partial\pi}{\partial\mathbf{P}}\right)_0^* = 2\dot{\mathbf{B}}_{\mathbf{P}}^{\mathbf{P}}\dot{\mathbf{P}}^* + \dot{\mathbf{B}}_{\mathbf{P}}^{\mathbf{Q}}\dot{\mathbf{Q}}^* + \dot{\mathbf{B}}_{\mathbf{P}}^{\mathbf{p}}\dot{\mathbf{p}}^* + \dot{\mathbf{B}}_{\mathbf{p}}^{\mathbf{q}}\dot{\mathbf{q}}^* + \dot{\mathbf{B}}_{\mathbf{P}}^{U_0}U_0 \tag{22}$$

– столбец частных производных потерь по активным мощностям станций, а матрицы $\dot{\mathbf{B}}_{\mathbf{y}}^{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \mathbf{y} = \mathbf{P}, \mathbf{p}, \mathbf{q}, U_0$ – блоки матрицы $\dot{\mathbf{B}}$, строки которых соответствуют компонентам вектора $\mathbf{x}$, а столбцы – компонентам $\mathbf{y}$; $\dot{\mathbf{x}}$ – значение вектора $\mathbf{x}$ в запланированном режиме.

С учётом (21) – (22) ограничение (11) по балансу мощностей запишем в виде

$$\mathbf{cP}^* - d = 0, \tag{23}$$

$$\mathbf{c} = c_i = \boldsymbol{e} - \left(\frac{\partial\pi}{\partial\mathbf{P}}\right)_0 > 0,$$
$$d = \sum_{j=1}^{k} p_j + \pi(\dot{\boldsymbol{P}}) - \left(\frac{\partial\pi}{\partial\boldsymbol{P}}\right)_0 \dot{\boldsymbol{P}}^* > \mathbf{0} \tag{24}$$

− постоянные параметры; $\mathbf{e}$ – строка, состоящая из m единиц.

При замене (11) на (23), как в задаче (11) − (13), так и в задачах (17) и (15), критерии оптимальности и ограничения содержат только сепарабельные функции и для их решения можно применить метод динамического программирования [7].

Легко видеть, что для указанных задач рекуррентные соотношения Беллмана имеют следующий вид (τ ниже означает число переменных оптимизации, т.е. активных мощностей станций, на τ-м шаге прямого хода динамического программирования и одновременно – номер очередной станции в порядке их нумерации, принимаемой для прямого хода динамического программирования).

1. Задача (17) с ограничениями (23), (12), (13).

При τ=1

$$\left.\begin{aligned} T_0(y,1) &= T_1(y/c_1); \\ P_1^{\text{опт}}(y) &= y/c_1 \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

где

$$c_1 P_{1\,min} \le y \le c_1 P_{1\,max} \tag{26}$$

При $1 < \tau \le m$

$$T_0(y,\tau) = \min_{P_\tau}[\tilde{T}_0(P_\tau, y, \tau) = T_\tau(P_\tau) + T_0(y - c_\tau P_\tau, \tau - 1)]; \tag{27}$$

$$P_\tau^{\text{опт}}(y) = arg_1[\tilde{T}_0(P_\tau, y, \tau) = T_0(y,\tau)], \tag{28}$$

где (29)

$$\sum_{i=1}^{\tau} c_i P_{i\,min} \le y \le \sum_{i=1}^{\tau} c_i P_{i\,max}\,,\ \tau \le l;$$

$$\sum_{i=1}^{\tau} c_i P_{i\,min} \le y \ \le \sum_{i=1}^{l} c_i\, P_{i\,max} + \sum_{i=l+1}^{\tau} c_i \arg\,[\,T_i\,(P_i) = \ T_{i\,max}]\,,\quad \tau > l; \tag{30}$$

$$P_{i\,min}\ \le\ P_\tau\ \le \min(P_{\tau\,max}(y - \sum_{i=1}^{\tau-1} c_i P_{i\,min})/c_\tau, \qquad \tau \le l; \tag{31}$$

$$P_{\tau\,min}\ \le\ P_\tau\ \le \min\ (\arg[T_\tau(P_\tau) =\ T_{\tau\,max}]),$$

$$\left(y - \sum_{i=1}^{\tau-1} c_1 P_{1\,\min})/\,c_\tau\right), \qquad \tau > l. \tag{32}$$

Записи, использованные в правых частях (30),(32), принимаются в смысле тождества $\arg\,[f(x) = a] =\ f^{-1}(a)$, а в правой части (28) – в смысле $\arg_1[f(x_1, x_2, x_3) = a] =\ x_1$.

2. Задачи вида (18) с ограничениями (23), (12), (13). На первом шаге (τ=1) рассматривается станция, для которой оптимизируется расход топлива в соответствии (16). При этом функция Беллмана определяется в соответствии с (24) – (26).

При $1\ <\ \tau\ < m$

$$T_i(y,\tau) =\ min_{P\tau}\big[\widetilde{T}_i(P_\tau, y, \tau) =\ T_i(y - c_\tau P_{\tau,}\, \tau\ -\ 1)\big], \tag{33}$$

а $P_\tau^{\text{опт}}(y)$ и ограничения на допустимые значения переменных y и P_τ определяется по (28) – (32).

Поскольку целью решения задач вида (18) является только определение величин

$$M_i =\ min_P T_i(P_i), \quad i = \overline{1,\ l}\,, \tag{34}$$

а не соответствующих им множеств оптимальных значений векторов P, то на практике нет необходимости строить функции Беллмана для этих задач, так как M_j могут быть найдены из очевидных соотношений

$$M_i =\ T_i(x_i), \ \ i = \overline{1,\ \ l}\,, \tag{35}$$

где

$$x_i = \max(P_{imin},\ (1/c_i)(d - \sum_{\substack{v=1\\ v\neq 1}}^{l} c_v P_{vmax} - \sum_{v=l+1}^{m} c_v \arg[T_v(P_v) = T_{vmax}])). \tag{36}$$

Для удобства построения функции Беллмана заменим критерий (10) эквивалентным ему критерием

$$\max\left(\left(\sum_{i=1}^{m} T_j(P_i)/M_0\right), \quad \max_{\overline{i=1,\ l}}(T_i(P_i)/M_i\right)\right) \to\ \min, \tag{37}$$

где

$$\mathrm{M}_0 =\ \min_{\mathrm{P}} \textstyle\sum_{l=1}^{m} T_i(P_i). \tag{38}$$

При построении на прямом ходе динамического программирования искомой функции Беллмана необходимо также строить две вспомогательные функции Беллмана $F_0(y,\tau)$ и $F_1(y,\tau)$, соответствующие задачам минимизации

$$(\sum_{i=1}^{m} T_i(P_i))/M_0 \to \min \tag{39}$$

при ограничениях (23), (12), (13) и

$$\max_{\overline{i=1,\ l}}(T_i(P_i)/M_i)\ \ \to \min \tag{40}$$

при тех же ограничениях.

При τ = 1

$$F_0(y,1) =\ T_0(y,1)/M_0; \tag{41}$$

$$F_0(y,1) =\ T_0(y,1)/M_1; \tag{42}$$

$$F(y,1) = max F_0(y,1), F_1(y,1) =\ T_1(y/c_1)/M_1 \tag{43}$$

а $\mathrm{P}_1^{\text{опт}}(y)$ и ограничения на переменную **y** определяются по (25), (26).

При $1 < \tau < m$

$$F_0(y,\tau) = T_0(y,\tau)/M_0 \tag{44}$$

$$F_1(y,\tau) = \min\max\ (T_\tau(P_\tau)/M_\tau, F_1(y - c_\tau P_\tau), \tau - 1)); \tag{45}$$

$$F_1(y,\tau) = \min[F(P_\tau, y, \tau) = \max(\frac{T_\tau(P_\tau)}{M_\tau} + +F_0(y - c_\tau P_\tau, \tau - 1), \max(\frac{T_\tau(P_\tau)}{M_\tau} \tag{46}$$

$$P_\tau^{\text{опт}}(y) = \arg_1[F(P_\tau, y, \tau)], \tag{47}$$

Причем ограничения на переменные $\boldsymbol{y}$ и P_τ определяются в соответствии с (29) - (32).

Опишем теперь обратный ход динамического программирования для вспомогательной задачи (17) и основной задачи (10). Для любой из них он состоит в том, что компоненты $\tilde{P_l}, i = \overline{1, l}$, вектора, являющегося решением задачи, определяются в обратном порядке их следования как

$$\left.\begin{array}{l} \tilde{P}_m = P_m^{\text{опт}}(d),\ \ \widetilde{P_{m-1}} = P_{m-1}^{\text{опт}}(d - c_m\widetilde{P_m}), \\ \quad \widetilde{P_1} = P_1^{\text{опт}}(d - \sum_{\tau=2}^{m} c_\tau \tilde{P}_\tau), \end{array}\right\}, \tag{48}$$

где $P_\tau^{\text{опт}}, \tau = \overline{1, m}$ - значения функций $P_\tau^{\text{опт}}(y)$,построенных на прямом ходе.

Теперь, принимая $\dot{P} = \tilde{P}$ и повторяя описанные вычисления, можно уточнять получаемые решения столько раз, сколько практически возможно при располагаемом времени для решения задачи. Возможны и другие подходы к построению диалоговых процессов на основе МДП, не требующие линеаризации (20), однако ввиду ограниченного объема статьи они здесь не рассматриваются.

Постановка и решение задачи при нежестких ограничениях. Если в результате решения задачи оперативной оптимизации активных мощностей в энергосистеме, содержащей требования минимизации расходов топлива на отдельных электростанциях, испытывающих тудности со своевременной доставкой топлива, выясняется, что нагрузка энергосистемы не может быть покрыта при фактических ресурсах топлива на этих станциях, то необходимо в новой постановке задачи наложить жесткие ограничения на допустимые расходы топлива для дефицитных станций и обеспечить возможность выхода фактических расходов топлива на недифицитных станциях за ранее заданные пределы. Последнее достигается переходом от жестких ограничений по допустимым расходам топлива на недефицитных станциях к расплывчатым ограничениям.

Функции принадлежности, определяющие расплывчатые множества соответствующие ограничениям на допустимые расходы топлива на недефицитных электростанциях, как следует из (5), должны удовлетворять условиям:

$$P_\nu \geq P_{\nu\, min}, T_\nu(P_\nu) \leq T_{\nu\, max}) \to \mu_\nu(P_\nu) = 1; \tag{49}$$

$$T_\nu(P_\nu) < T_{\nu\, max} \to 0 \leq \mu_\nu(P_\nu) < 1; \tag{50}$$

$$P_\nu' < P_\nu'' \leq P_{\nu\, max}, T_\nu(P_\nu') > T_{\nu\, max}) \to \mu_\nu(P_\nu') > \mu_\nu(P_\nu''), \tag{51}$$

$$T_{\nu\, max} < T_\nu(P_{\nu\, max}) \to \mu_\nu(P_{\nu\, max}) = 0, \qquad \nu = 1, \overline{m - l}, \tag{52}$$

где $\mu_\nu(P_\nu)$ - функция принадлежности расплывчатого множества, а запись $A \to B$ означает, что утверждение B логически вытекает из A.

Условиям (49) - (52) удовлетворяют, в частности, функции принадлежности вида

$$\mu_\nu(\,P_\nu\,) = \begin{cases} 1 \text{ при } T_\nu(P_\nu) \leq T_{\nu\, max}; \\ \frac{P_{\nu\, max} - P_\nu}{P_{\nu\, max} - \arg[T_\nu(P_\nu) = T_{max}]} \quad \exp\left(\frac{T_\nu(P_\nu) - T_{\nu\, max}}{T_{\nu\, max}} \frac{r)}{k_\nu}\right) \text{ при } \mathrm{A}_\nu(P_\nu) \leq T_{\nu\, max,} \\ \quad P_\nu \leq P_{\nu\, max} \\ 0 \text{ при } P_\nu \leq P_{\nu\, max}; \nu = 1, \end{cases} \tag{53}$$

где $r \geq 1$ -- общий для всех дефицитных электростанций параметр, подбираемый разработчиком данной задачи на стадии ее проектирования для конкретной энергосистемы; $0 \leq k_\nu \leq 1$- параметр, задаваемый пользователем при решении задачи, имеющий смысл значения истинности в непрерывной логике [8] утверждения "ν-я станция может изыскать дополнительные ресурсы топлива " с точки зрения пользователя.

Второй этап расчета по отношению к задаче (9) заключается в решении следующей расплывчатой задачи оптимизации:

$$\sum_{i=1}^{m} T_i(P_i) \to \min; \tag{54}$$

$$T_i(P_i) \to \min.\ i = \overline{1, l}; \tag{55}$$

$$\sum_{i=1}^{m} P_i - \sum_{j=1}^{k} p_j - \pi(\mathbf{P}) = 0 \tag{56}$$

$$\mathbf{P_{min}} \le \mathbf{P} \le \mathbf{P_{max}}; \tag{57}$$

$$T_i(P_i) \le \bar{T}_l, \qquad i = \overline{1, l}; \tag{58}$$

$$\{(P_v, \mu_v(P_v)) |\ P_v \in R\}, \qquad v = \overline{l+1, m} \tag{59}$$

где $\bar{T}_l = T_{i\,max}$, $i = \overline{1,\ l}$, – фактический ресурс топлива на i-й электростанции.

Обозначим через $A_0 = \left\{\left(\mathbf{P}, \mu_{A_0}(\mathbf{P})\right)\right\}$, $A_i = \{\mathbf{P}, \mu_{A_i}(\mathbf{P})\}$, $i = \overline{1,\ l}$, расплывчатые множества, которые согласно ранее изложенному можно эквивалентным образом поставить в соответствие условиям минимизации (54) и (55), где $\mu_{A_i}(i = \overline{0,\ l})$ определяются в соответствии с (3). Тогда максимизирующее решение стандартной расплывчатой задачи оптимизации, соответствующей (54) -(59), определяется из условия.

$$\left(\bigwedge_{i=0}^{l} \mu_{A_i}(\mathbf{P})\right) \bigwedge \left(\bigwedge_{v=l+1}^{m} \mu_v(\mathbf{P})\right) \to max \tag{60}$$

при ограничениях (57) и (58), $\mu_v(\mathbf{P})$, $v = \overline{l+1, m}$, где находятся по правилу

$$\mathbf{P} = (P_1, P_2, \dots, P_v, \dots, P_m) \to \mu_v(\mathbf{P}) = \mu_v(P_v) \tag{61}$$

С учетом способа определения функций принадлежности $\mu_{A_i}(\mathbf{P})$, $i = \overline{0,\ l}$ задача (60) сводится к

$$\min\left(\frac{\min\limits_{\mathbf{P}} \sum_{i=1}^{m} T_i P_i}{\sum_{i=1}^{m} T_i P_i}, \quad \min_{i=1,\ l} \frac{\min\limits_{\mathbf{P}} T_i P_i}{T_i P_i}, \min_{v=l+1,\ m} \mu_v(P_v)\right) \to \max; \tag{62}$$

$$\sum_{i=1}^{m} P_i - \sum_{j=1}^{k} p_j - \pi(P) = 0; \tag{63}$$

$$\mathbf{P_{min}} \le \mathbf{P} \le \mathbf{P_{max}} \tag{64}$$

$$T_i(P_i) \le \bar{T}_l, \qquad i = \overline{1,\ l} \tag{65}$$

Тем самым исходная многоцелевая задача оптимизации (54) - (59) сводится к одноцелевой. Для формирования последней, в частности, для определения констант

$$M_0 = \min_{\mathbf{P}} \sum_{i=1}^{m} T_i(P_i), \qquad M_i = \min_{\mathbf{P}} T_i(P_i), \qquad i = \overline{1,\ l}, \tag{66}$$

необходимо, как и ранее, решить l+1 соответствующих одноцелевых задач оптимизации, но с дополнительными ограничениями вида (65) и при отсутствии ограничений по допустимым расходам топлива на недефицитных электростанциях. Практически, так же как было показано выше, задачу оптимизации нужно решать только для определения M_0, а M_i вычисляются тривиально. Необходимые видоизменения по сравнению с задачей (10) - (13) состоят в следующем.

При определении M_0 модифицируется определение функции Беллмана $T_0(y, \tau)$, требующей при использовании метода динамического программирования.

При $\tau = 1$

$$T_0(y, 1) = T_1\left(y/\mathrm{c}_1\right); \tag{67}$$

$$P_1^{\text{опт}}(y) = y/\mathrm{c}_1; \tag{68}$$

$$\mathrm{c}_1 P_{1\,\min} \le y \le \mathrm{c}_1 \arg[T_1(P_1 = \bar{T}_1). \tag{69}$$

При $1 < \tau \le m$

$$T_0(y,\tau)=\min_{P_\tau}[\tilde{T}_0\,(P_\tau,y,\tau)=T_\tau(P_\tau)+T_0(y-c_\tau P_\tau,\tau-1)]; \quad (70)$$

$$P_\tau^{\text{опт}}(y)=\arg_1[\tilde{T}_0(P_\tau,y,\tau)=T_0(y,\tau)] \quad (71)$$

$$\sum_{i=1}^{\tau} c_i P_{i\min} \le \sum_{i=1}^{\tau} c_i \arg[T_i P_i=\bar{T}_l]\,.\,\tau \le l; \quad (72)$$

$$\sum_{i=1}^{\tau} c_i P_{i\,\min} \le \sum_{i=1}^{l} c_i \arg[T_i P_i=T_l]+\sum_{i=l+1}^{\tau} c_i P_{i\,\max}\,,\tau>l; \quad (73)$$

$$P_{\tau\,\min} \le P_\tau \le \min(\arg[T_\tau(P_\tau)=\bar{T}_\tau],$$

$$\left(y-\sum_{i=1}^{\tau-1} c_1 P_{1\,\min}/c_\tau\right), \qquad \tau \le l; \quad (74)$$

$$P_{\tau\,\min} \le P_\tau \le \min(P_{\tau\,\min}, \left(y-\sum_{i=1}^{\tau-1} c_1 P_1/c_\tau\right), \qquad \tau>l; \quad (75)$$

Компоненты $M_i,\ i=\overline{1,\ l}$, определяются как $M_i=T_i(x_i)$, где

$$x_i=\max\left(\mathrm{P}_{\mathrm{i}\,\min}, \left(d-\sum_{\substack{v=1\\ v\neq i}}^{l} c_v \arg[T_v(P_v)=\bar{T}_v]-\sum_{v=l+1}^{m} c_v P_{v\,\min}/c_i\right)\right) \quad (76)$$

Построенная функция $T_0(y,\tau)$ может быть, как и в случае задачи (10) – (13), использована для построения функции Беллмана F(y, τ), соответствующей решению задачи (62) – (65) методом динамического программирования, для чего целесообразно критерий (62) заменить эквивалентным ему критерием

$$\max\Big(\Big(\sum_{i=1}^{m} T_1(P_1)\Big)\Big/M_0, \qquad \max_{i=\overline{1,\ l}}(T_i P_i/M_i), \qquad \max_{i=\overline{l+1,m}} 1/\mu_v(P_v)\Big) \to \min \quad (77)$$

а ограничения (64) заменить на

$$\begin{cases} P_{i\,\min} \le P_i \le P_{i\,\max}, & i=\overline{1,\ l} \\ P_{i\,\min} \le P_i \le P_{i\,\max}, & i=\overline{l+1,\ m}, \end{cases} \quad (78)$$

где $\varepsilon>0$ – положительное число, меньшее, чем шаг по $\mathrm{P}_\tau, \tau=\overline{1,\ m}$, при прямом ходе динамического программирования. При построении искомой функции Беллмана F(y, τ) для задачи (77) с ограничениями (63), (78), (65) необходимо также строить на прямом ходу динамического программирования две вспомогательные функции Беллмана $F_0(y,\tau)$ и $F_1(y,\tau)$, соответствующие задачам минимизации [9]:

$$\sum_{i=1}^{m} T_1(P_1))/M_0 \to \min \quad (79)$$

при ограничениях (63), (78), (65) и $\max\limits_{i=\overline{1,\ l}}(T_i(P_i)/M_i)$, $\max\limits_{i=\overline{l+1,m}} 1/\mu_v(P_v)) \to \min$ (80)

при тех же ограничениях.

При $\tau=1$: $F_0(y,1)=T_0(y,1)/M_0$ (81)

$$F_0(y,1)=T_0(y,1)/M_1\,; \quad (82)$$

$$F(y,1) = \max F_0(y,1)\,, \qquad F_1(y,1) = T_1\left({}^{y}\!/_{c_1}\right)/M_1 \tag{83}$$

а $P_\tau^{\text{опт}}(y)$ и ограничения на переменную y определяются по (68) и (69).

При $1 < \tau \le m$: $$F_0(y,\tau) = T_0(y,\tau)/M_0 \tag{84}$$

$$F_1(y,\tau) = \min_{P_\tau} \max(T_\tau(P_\tau)/M_\tau\,, \qquad F_1(y - c_\tau P_\tau, \tau - 1));\ \ \tau \le l \tag{85}$$

$$F_1(y,\tau) = \min_{P_\tau} \max(T_\tau(P_\tau)/M_\tau\,, \qquad 1/\mu_\tau(P_\tau)\,, \qquad F_1(y - c_\tau P_\tau, \tau - 1)), \tau > l; \tag{86}$$

$$F(y,\tau) = \min_{P_\tau}[\tilde{F}(P_\tau, y, \tau) = \max T_\tau(P_\tau)/M_0 + + F_0(y - c_\tau P_\tau, \tau - 1), \max T_\tau(P_\tau)/M_\tau\,,$$
$$F_1(y - c_\tau P_\tau, \tau - 1)))], \tau \le l; \tag{87}$$

$$F(y,\tau) = \min_{P_\tau}[\tilde{F}(P_\tau, y, \tau) = \max T_\tau(P_\tau)/M_0 + + F_0(y - c_\tau P_\tau, \tau - 1), \max T_\tau(P_\tau)/M_\tau\,,$$
$$1/\mu_\tau\,(P_\tau), F_1(y - c_\tau P_\tau, \tau - 1)))], \tau > l; \tag{88}$$

$$P_\tau^{\text{опт}}(y) = \arg_1[\tilde{F}(P_\tau, y, \tau) = F(y,\tau)] \tag{89}$$

а ограничения на переменные **у** и P_τ при $\tau \le l$ определяются соответственно по (72), (74), в противном случае ($\tau > l$):

$$\sum_{i=1}^{\tau} c_i P_{i\,\min} \le y \le \sum_{i=1}^{l} c_i \arg[T_i P_i = \bar{T}_l] + \sum_{i=l+1}^{\tau} c_i (P_{i\,\max} - \varepsilon), \tag{90}$$

$$P_{\tau\,\min} \le P_\tau \le \min(P_{\tau\,\max} - \varepsilon, (y - \textstyle\sum_{i=1}^{\tau-1} c_1 P_{1\,\min})/c_\tau). \tag{91}$$

Обратный ход динамического программирования выполняется в соответствии с (48).

Оптимальный суточный режим при заданных суточных расходах топлива на $n \le m$ электростанциях можно определить следующим образом:

$$\textstyle\sum_{i=1}^{m} \sum_{\tau}^{24} B_i^{(\tau)}\left(P_i^{(\tau)}\right) + \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \left(\sum_{\tau=1}^{24}, B_j^{(\tau)}\left(P_j^{(\tau)}\right) - B_j^{cym}\right) \to \min; \tag{92}$$

$$\textstyle\sum_{i=1}^{m} P_i^{(\tau)} = \sum_{\nu=1}^{k} p_\nu^{(\tau)} + \pi^{(\tau)}, \tau = \overline{1{,}24}\,; \qquad (93$$

$$P_{i\,\min}^{(\tau)} \le P_i^{(\tau)} \le P_{i\,\max}^{(\tau)}, i = \overline{1,m}, \tau = \overline{1{,}24}\,. \qquad (94$$

Эту задачу можно рассматривать как решение системы уравнений

$$F(\lambda) = 0\,, \tag{95}$$

где $$F = (F_1, F_2, \dots, F_n), F_j = \textstyle\sum_{\tau=1}^{24} B_j^{(\tau)}\left(P_j^{(\tau)}(\lambda) - B_j^{cym}\right), j = \overline{1,n},$$

а $P_j^{(\tau)}(\lambda)$, $j = \overline{1,n}$, определяются при заданном векторе λ путём решения задачи оптимизации с учётом потерь, но при замене фактических расходных характеристик станций $B_j^{(\tau)}\left(P_j^{(\tau)}\right)$, $j = \overline{1,n}$, модифицированными характеристиками

$$B_j^{(\tau)}\left(P_j^{(\tau)}\right) = \lambda\left(B_j^{(\tau)}\left(P_j^{(\tau)}\right) - \frac{B_j^{cym}}{24}\right) + B_j^{(\tau)}\left(P_j^{(\tau)}\right).$$

Система (95) обычно решается методом Ньютона [10]. Однако, такой путь решения задачи имеет следующие недостатки: а) итерационный процесс метода Ньютона основан на вычислении на каждом шаге процесса матрицы частных производных $F^{'}(\lambda)$, хотя нет гарантии, что вектор-функция $F(\lambda)$ является дифференцируемой во всех точках; b) итерационный процесс метода Ньютона даже при дифференцируемой функции $F(\lambda)$ не всегда сводится к решению уравнения (95) если вектор начального приближения $\lambda(0)$ выбран далеко от искомого решения λ^{opt}. Поэтому более целесообразно использовать для решения задачи (92)-(94) алгоритм, в котором решение системы уравнений $F(\lambda) = 0$ заменено эквивалентным уравнением оптимизации по вектору λ, что позволяет использовать при оптимизации вычислительные методы, которые, во-первых, не требуют вычислений производных $F^{''}(\lambda)$, а во-вторых, обладают хорошей сходимостью.

Эквивалентную замену уравнения (95) можно выполнить следующим образом. Вместо (95) требуем

$$\Phi(\lambda) = (F(\lambda))^2 \to \min.$$

Действительно, $$\Phi(\lambda) \geq 0,$$

и если существует, по предложению, λ, при котором $F(\lambda) = 0$, то

$$\min_{\lambda} \Phi(\lambda) = 0.$$

С другой стороны, если при $\lambda = \lambda^{opt}$ достигает минимума $\Phi(\lambda)$, т.е.

$$\min_{\lambda} \Phi(\lambda) = \Phi(\lambda^{opt}),$$

то $$\Phi(\lambda^{opt}) = 0, \ \text{a}(\lambda^{opt}) = 0,$$

т.е. λ^{opt} является решением системы (95). Таким образом, для задачи (92)-(94) можно построить следующий двухуровневый оптимизационный алгоритм:

1. На верхнем уровне решается задача оптимизации по вектору λ:

$$\left(F(\lambda)\right)^2 \to \min. \tag{96}$$

2. При очередном приближении λ к искомому решению задачи (96) решается задача оптимизации по вектору P:

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{\tau=1}^{24} B_i^{(\tau)}(P_i^{(i)}) \to \min;$$

$$\sum_{i=1}^{m} P_i^{(i)} = \sum_{\nu=1}^{k} p_\nu^{(\tau)} + \pi^{(\tau)}, \ \ \tau = \overline{1{,}24};$$

$$P_{i\,\min}^{(\tau)} \leq P_i^{(\tau)} \leq P_{i\,\max}^{(\tau)}, i = \overline{1,m}, \tau = \overline{1{,}24};$$

где $$\overline{B}_i^{(\tau)}\left(P_i^{(\tau)}\right) = \begin{cases} B_i^{(\tau)}\left(P_i^{(\tau)}\right), i = \overline{1,n}, \\ B_i^{(\tau)}\left(P_i^{(\tau)}\right), i = \overline{n+1,m} \end{cases} .$$

Этот двухуровневый алгоритм можно изобразить в виде следующей блок схемы рис.1:

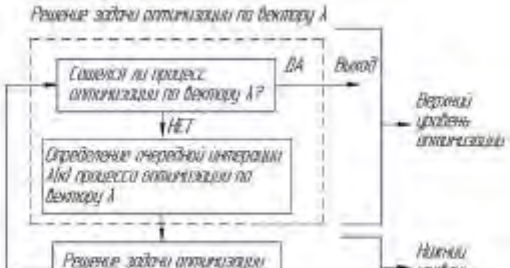

Рисунок 1 – Двухуровневый алгоритм

Между тем, в действительности трудно заранее отобразить все многообразие интуитивных предпочтений специалиста с помощью любой жестко фиксированной связи между количественными показателями, характеризующими различные цели сложной производственной системы. В настоящее время разработан [7, 9] математический аппарат диалоговой оптимизации, позволяющий формализовать любые субъективные предпочтения в виде отношения линейного порядка на множестве допустимых решений и построены алгоритмы выбора наиболее предпочтительного решения, основанные на диалоге человека и компьютера.

Выводы:

1. Каждый из рассмотренных методов согласования скалярных критериев в многоцелевых задачах оптимизации опирается на некоторые априорные предположения, которыми дополняется исходная формулировка многоцелевой задачи на основе субъективных соображений об относительной степени важности критериев, после чего отношение предпочтительности на множестве допустимых решений задачи оказывается жестко зафиксированным.

2.Многоцелевая задача оптимизации в сочетании с расплывчатой задачей оптимизации образуют математическую модель для организации двухэтапной диалоговой процедуры принятия оперативных решений при срыве поставок топлива на некоторых электростанциях энергосистемы.

3. Предлагаемая постановка задачи позволяет построить алгоритм, который гарантирует принятие удовлетворительного решения при недостоверной исходной информации в условиях возникновения непредвиденного дефицита топлива на отдельных станциях.

4. Двухуровневый оптимизационный алгоритм позволяет решить задачу оптимизации суточного режима энергосистемы путем использования перестроенных модифицированных характеристик.

Список использованой литературы

1. Нурминский Е.А. Численные методы решения детерминированных и стохастических минимаксных задач. - Киев, Наукова думка, 1979.

2. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Методы оптимизации.- Минск: Изд. БГУ им. В.И. Ленина. – 1975. – 279 с.

3. Гурский С.К., Домников С.В. Распределение активной мощности методом гарантированного относительного уровня. – Электричество. – 1982, №9. – С. 10-14.

4. Беллман Р., Заде Л. Принятие решений в расплывчатых условиях.- В кн.: Вопросы анализа и процедур принятия рещений.- М.: Мир, 1976. – 165 с.

5. Электрические системы. Электрические расчеты, программирование и оптимизация режимов/ Под ред. В.А. Веникова.- М.: Высшая школа, 1973.- 344 с.

6. Anders, G.J. Probability Concept in Electric Power Systems. – N.Y.: Wiley, 1990. – 682 p.

7. Рыков А.С. Методы системного анализа: многокритериальная и нечеткая оптимизация, моделирование и экспертные оценки. – М.: Экономика, 1999. – 192 с.

8. Александров О.И., Домников С.В. Методы анализа текущих ремонтных отключений основного оборудования в сложной электроэнергетической системе. Минск: Технопринт, 2001. – 260 с.

9. Козлов В.Н. Системный анализ, оптимизация и принятие решений. Уч. пособие. СПб.: Изд. политехн. ун-та, 2014. – 176 с.

10. Секретарев Ю.А., Мятеж Т.В., Мошкин Б.Н. Оптимизация режимов работы генерирующей компании на базе ТЭЦ по выработке электроэнергии на основе критерия максимизации прибыли. Электромеханика. (Известия ВУЗов). – 2016, №4. – С. 82 – 87.

O. Alexandrov, Cand.Sc. (Eng.), Assoc. Prof., **ORCID** 0000-0003-2813-3692
S. Domnikov, Cand.Sc. (Eng.), Assoc. Prof., **ORCID** 0000-0002-5518-5802
Belarusian state technological university
D. Ivanko, Ph.D. student , **ORCID** 0000-0003-2813-3692
National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

OPTIMIZATION OF THE MODE OF A POWER SUPPLY SYSTEM BY METHOD OF THEGREATEST GUARANTEED RESULT

At limited or untimely supply by fuel of power stations of a power supply system the deviation of actual modes of operation from planned is observed. In this case on some power stations deficiency of fuel takes place. Then at correction of a mode on the nearest interval of time in dispatching service of a power supply system assessments of admissible expenses of fuel on hard-to-get power stations should be passed. Thus, under direction of a problem of optimum distribution of active capacities rigid restrictions on admissible expenses of fuel are imposed and to provide a possibility of an output of actual expenses of fuel on not difficult to receive stations for earlier limits established. In this case transition from rigid restrictions on admissible expenses of fuel at not hard-to-get stations to indistinct restrictions is carried out. Now a problem expediently to state as a problem of multi-purpose optimization in which at an appropriate choice of functions of an accessory of indistinct sets it is possible to receive the satisfactory decision with a guarantee.

Keywords: power supply system, supply with fuel, optimization, fuel consumption, rigid restrictions, deficiency, indistinct sets, multicriteria.

Надійшла 01.02.2017
Received 01.02.2017