МІЖГАЛУЗЕВІ ПРОБЛЕМИ І СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ В ПАЛИВНО-ЕНЕРГЕТИЧНОМУ СЕКТОРІ
CROSS-SECTORAL PROBLEMS AND SYSTEM STUDIES IN THE FUEL AND ENERGY SECTOR

УДК 532.551

В.В. Онищук, канд. техн. наук, старш. наук. співроб., **ORCID** 0000-0003-3406-8778
Київський національний університет імені Тараса Шевченка

ТЕОРЕТИЧНЕ ОБГРУНТУВАННЯ ПРОПУСКНОЇ ЗДАТНОСТІ НАПІРНОГО ТРУБОПРОВОДУ НА ОСНОВІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМИ РІВНЯНЬ НАВ'Є − СТОКСА

На основі аналітичного розв'язування замкненої системи рівнянь Нав'є-Стокса виконана оцінка гідроморфологічного стану напірного потоку при динамічній рівновазі системи «стояча хвиля – хвиля деформації». За отриманими розрахунковими формулами на конкретному прикладі оцінено структуру напірного потоку. Соліноїдальний рух субстанції в напірному трубопроводі є яскравим підтвердженням принципу мінімуму дисипації енергії у відкритій системі. Цей рух субстанції обумовлений дією трьох масових сил – гідродинамічного напору, стоячої хвилі в умовах сповільненої течії і поперечним розпором на фоні заблокованого прояву явища меандрування. Отримані результати розрахунків характеристик напірного потоку дають можливість стверджувати про наявності в центрі труби стійкого ядра. Ядро потоку являє собою центральну частину мезовира, який обертається проти годинникової стрілки і, таким чином, підтримує у поперечному вимірі динамічну рівновагу системи «напірний потік – стояча хвиля».

Ключові слова: гідродинамічна система «стояча хвиля – хвиля деформації», динамічна рівновага системи, соліноїдальна траєкторія руху субстанції , система рівнянь Нав'є – Стокса, ядро водотоку.

Вступ

Будь-яка відкрита або закрита динамічна система наділена властивостями самоорганізації і саморегулювання. Кожна відкрита система по своїй природі є дисипативною, а також адаптивною до змін навколишнього середовища, що дає змогу їй проявити свою індивідуальність (ідентифікуватись) і, таким чином, себе зберегти. Існуючі методи визначення пропускної здатності напірного трубопроводу потребують теоретичного обґрунтування. Розв'язання замкненої системи рівнянь Нав'є-Стокса, на нашу думку, дасть можливість більш повно висвітлити гідроморфодинамічну структуру потоку в напірному трубопроводі.

Методика

На сьогоднішній день не існує аналітичного розв'язання замкненої системи рівнянь Нав'є–Стокса для коректного рішення задач гідроаеромеханіки, які б могли бути використані в багатьох суміжних областях знань про навколишній матеріальний світ. Ці рівняння уже відомі майже 200 років, які пройшли широке випробування при вирішенні багатьох задач з ламінарним режимом течії, але знаходяться поза зоною досяжності для турбулентного потоку ньютонівської рідини при високих числах Рейнольдса ⌈1-3]. При розгляді рівнянь Нав'є–Стокса належить розвести дію силових факторів на їх індивідуальний рівень функціонування зі збереженням динамічної рівноваги системи та їх послідовну оцінку за умовами виконання конкретної задачі. З методичної точки зору це можна досягти шляхом стабілізації режиму турбулентності субстрату (субстанції) за допомогою додаткового рівняння і шляхом їх сумісного розв'язування відповідне виокремлення агентів збурення, тобто гідродинамічного тиску і його наслідку – прояву у вигляді змін форми деформації суцільного середовища. Цей підхід, який можна назвати "замороженою" турбулентністю, належить використовувати як для самого потоку, так і для його пристінного шару. У цьому контексті також слід зауважити, що у даній постановці задач розглядається безперервно-дискретний характер розвитку процесів просторової деформації субстанції, що пояснюється використанням балансового рівняння (5). Наведена нижче система рівнянь була апробована в роботах [4,5].

Результати і обговорення

Рівняння Нав'є - Стокса - це система диференційних рівнянь у частинних похідних, що описують рух і теплопередачу в'язкої ньютонівської рідини. Рівняння Нав'є - Стокса є одними з найважливіших у гідродинаміці й застосовуються в математичному моделюванні багатьох природних явищ і технічних задач. Зазвичай система рівнянь складається з рівняння руху рідини, рівняння збереження енергії, маси і імпульсу сили та рівняння неперервності рідини, які є неповними для точного розв'язування як плоских, так і просторових задач гідродинаміки. Досить важливим аспектом є оцінка гідравлічного режиму напірного трубопроводу на основі розв'язування цієї системи рівнянь.

Напірний потік в трубопроводі це складна відкрита дисипативна гідродинамічна система «стояча хвиля – хвиля деформації», яка наділена властивістю самоорганізації і саморегулювання при безперервно-дискретному русі субстанції. З метою оцінки динамічної рівноваги зазначеної системи пропонується до розв'язування наступна система рівнянь:

$$* \ \frac{\partial \vec{\upsilon}}{\partial t} = -(\vec{\upsilon}\cdot\nabla)\vec{\upsilon} + \nu\Delta\vec{\upsilon} - \frac{1}{\rho}\nabla p - \nabla divH + \left(\varsigma + \frac{\nu}{3}\right)\delta_i \nabla div\vec{\upsilon}\,; \tag{1}$$

$$* \ \frac{\partial \vec{\upsilon}}{\partial t} = \nu\Delta\vec{\upsilon} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nabla\vec{\upsilon}'\,; \tag{2}$$

$$* \ \frac{\partial \vec{\upsilon}'}{\partial t} = -(\vec{\upsilon}'\cdot\nabla)\vec{\upsilon}' + \nu\Delta\vec{\upsilon}' - \frac{1}{\rho}\nabla p + \left(\varsigma_\Delta + \frac{\nu}{2}\right)\delta_{\Delta.i}\nabla divh\,; \tag{3}$$

$$* \ \frac{\partial \vec{\upsilon}'}{\partial t} = -(\vec{\upsilon}'\cdot\nabla)\vec{\upsilon}' - \frac{1}{\rho}\nabla p\,; \tag{4}$$

$$* \ \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial l}{\partial t} - \frac{\partial h_w}{\partial t}\,; \tag{5}$$

$$* \ \frac{\partial W}{\partial t} = \rho g H \frac{\partial Q}{\partial t}; \tag{6}$$

$$* \ \frac{\partial Q}{\partial t} = 19{,}67.h^{2,5}(\lambda\ell)^{-0,5}\frac{\partial H^{0,5}}{\partial t}\,; \tag{7}$$

$$* \ \frac{\partial W}{\partial t} = \rho g H \frac{\partial \upsilon}{\partial t}\,; \tag{8}$$

$$* \ \frac{\partial \delta_x^{\ 0,5}}{\partial t} = \Delta h_w \frac{\partial H^2}{\partial t}\,; \tag{9}$$

$$* \ \frac{\partial \delta_y^{\ 2}}{\partial t} = 0{,}5(S_{c.x}/\ell)\frac{\partial H^2}{\partial t}\,; \tag{10}$$

$$* \ \frac{\partial \delta_z^{\ 2}}{\partial t} = 0{,}5(S_{c.x}/\ell)\frac{\partial H^2}{\partial t}\,; \tag{11}$$

$$* \ \frac{\partial W^{0.5}}{\partial t} = \Delta h_w\,, \tag{12}$$

де ∇ - оператор Гамільтона; Δ - оператор Лапласа; ρ – густина субстанції кг/м^3; p – тиск субстанції, кгс/м^2; ν - коефіцієнт кінематичної в'язкості, м^2/с; g – прискорення сили земного тяжіння, м/с^2; ζ - «друга» (об'ємна) в'язкість водного потоку, яка придбана після його стискання стоячою хвилею; кг/м·с; ζ_Δ - «друга» (об'ємна) в'язкість водного потоку, яка придбана після його стискання товщею водного потоку; кг/м·с; H – гідравлічний напір в трубопроводі. м; h – глибина потоку навколо його динамічної вісі, яка домірна радіусу труби, м; l – довжина контуру гвинтового руху субстанції, м; ℓ - довжина трубопроводу, м; W – об'єм стоку води в трубопроводі при стаціонарному гідравлічному режимі, м^3; Q – об'ємна витрата води при стаціонарному гідравлічному режимі, м^4/с; λ - коефіцієнт гідравлічного тертя; Δh_w – доля втрати напору за довжиною трубопроводу, м; δ_i - величина переміщення структурних елементів водного потоку (мезовирів) по координатах x, y і z, м; $\delta_{\Delta.i}$ - величина переміщення структурних елементів водного потоку у пристінному шарі (мікровирів) по координатах x, і y, м; υ – середня швидкість напірного потоку на ділянці стаціонарного гідравлічного режиму, м/с.

В аналіз розв'язування системи рівнянь Нав'є-Стокса до теперішнього часу входило коректне рішення задачі Коші, оскільки можливість стійкого рішення у значній мірі залежало від рівня турбулентності потоку при великих числах критерію Рейнольдса, а також пов'язаних з ним інших критеріїв. Наведені вище рівняння складають замкнену систему для умов напірного потоку; рівняння (1) описує рух рідини в координатах x, y і z; рівняння (2) стосується стабілізації режиму турбулентності напірного потоку ("заморожена" турбулентність) в координатах x, y і z; рівняння (3) оцінює рівень турбулентності рідини у пристінному шарі потоку в координатах x, y і z; рівняння (4) стосується стабілізації режиму тиску в пристінному шарі потоку ("заморожений" конвекційний рух субстанції) в координатах x, y і z; рівняння (5) - це неперервність процесів деформації в трубопроводі (баланс субстанції, який характерний для стану динамічної рівноваги системи «стояча хвиля – хвиля деформації»); рівняння (6) характеризує просторові деформації у поздовжньому розрізі (оцінює поздовжню стійкість водотоку); рівняння (7) відповідає пропускній здатності водотоку; рівняння (8) визначає поперечну стійкість водотоку по його довжині; рівняння (9) описує переміщення структурних елементів потоку в координаті x; рівняння (10) характеризує переміщення структурних елементів потоку в координаті y; рівняння (11) оцінює переміщення структурних елементів потоку в координаті z; рівняння (12) характеризує втрату напору на ділянці зі стаціонарним режимом.

У розкритій формі, з урахуванням складової поздовжнього стискання напірного потоку, рівняння Нав'є - Стокса приймає наступний вигляд [2]:

$$* \begin{aligned} &\rho'\left(\frac{\partial \upsilon_x}{\partial t}\right) = -\rho'\left(\upsilon_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} + \upsilon_y\frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} + \upsilon_z\frac{\partial \upsilon_x}{\partial z}\right) - \frac{\partial p_x}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} + \frac{\partial \upsilon_y}{\partial x} - \frac{2}{3}\delta_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}\right)\right] + \\ &+ \rho'\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\zeta + \frac{\mu}{3}\right)\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}\delta_x\right] - \rho'\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial H_x}{\partial t}\right) \end{aligned} ; \tag{13}$$

$$* \begin{aligned} &\rho'\left(\frac{\partial \upsilon_y}{\partial t}\right) = -\rho'\left(\upsilon_x\frac{\partial \upsilon_y}{\partial x} + \upsilon_y\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y} + \upsilon_z\frac{\partial \upsilon_y}{\partial z}\right) - \frac{\partial p_y}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y} + \frac{\partial \upsilon_z}{\partial y} - \frac{2}{3}\delta_y\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y}\right)\right] + \\ &+ \rho'\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\zeta + \frac{\mu}{3}\right)\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y}\delta_y\right] - \rho'\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial H_y}{\partial t}\right) \end{aligned} ; \tag{14}$$

$$* \begin{aligned} &\rho'\left(\frac{\partial \upsilon_z}{\partial t}\right) = -\rho'\left(\upsilon_x\frac{\partial \upsilon_z}{\partial x} + \upsilon_y\frac{\partial \upsilon_z}{\partial y} + \upsilon_z\frac{\partial \upsilon_x}{\partial z}\right) - \frac{\partial p_z}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial \upsilon_z}{\partial z} + \frac{\partial \upsilon_x}{\partial z} - \frac{2}{3}\delta_z\frac{\partial \upsilon_z}{\partial z}\right)\right] + \\ &\rho'\frac{\partial}{\partial z}\left[\left(\zeta + \frac{\mu}{3}\right)\frac{\partial \upsilon_z}{\partial z}\delta_z\right] - \rho'\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial H_z}{\partial t}\right) \end{aligned} , \tag{15}$$

де μ – коефіцієнт динамічної в'язкості, кг/м·с.

Таким чином, маємо три рівняння руху рідини в напірному трубопроводі.

У розкритій формі рівняння (2) виглядить наступним чином:

$$\rho\left(\frac{\partial \upsilon_x}{\partial t}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}+\frac{\partial \upsilon_y}{\partial x}-\frac{2}{3}\delta_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}\right)\right]-\frac{\partial p_x}{\partial x}+\rho\frac{\partial U'_x}{\partial x}; \quad (16)$$

$$\rho\left(\frac{\partial \upsilon_y}{\partial t}\right)=\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y}+\frac{\partial \upsilon_z}{\partial y}-\frac{2}{3}\delta_y\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y}\right)\right]-\frac{\partial p_y}{\partial y}+\rho\frac{\partial U'_y}{\partial y}; \quad (17)$$

$$\rho\left(\frac{\partial \upsilon_z}{\partial t}\right)=\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial \upsilon_z}{\partial z}+\frac{\partial \upsilon_x}{\partial z}-\frac{2}{3}\delta_z\frac{\partial \upsilon_z}{\partial z}\right)\right]-\frac{\partial p_z}{\partial z}+\rho\frac{\partial U'_z}{\partial z}. \quad (18)$$

Маємо три рівняння зі стабілізацією режиму турбулентності потоку.

Дальше виконуємо сумісний розв'язок отриманих шістьох рівнянь, шляхом послідовних підстановок рівнянь (16-18) у (13-15)

$$\frac{\partial U'_x}{\partial x}+\upsilon_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}+\upsilon_y\frac{\partial \upsilon_x}{\partial y}+\upsilon_z\frac{\partial \upsilon_x}{\partial z}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\zeta_з\delta_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial H_x}{\partial x}\right)=0; \quad (19)$$

$$\frac{\partial U'_y}{\partial y}+\upsilon_x\frac{\partial \upsilon_y}{\partial x}+\upsilon_y\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y}+\upsilon_z\frac{\partial \upsilon_y}{\partial z}-\frac{\partial}{\partial y}\left(\zeta_з\delta_y\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial H_y}{\partial y}\right)=0; \quad (20)$$

$$\frac{\partial U'_z}{\partial z}+\upsilon_x\frac{\partial \upsilon_z}{\partial x}+\upsilon_y\frac{\partial \upsilon_z}{\partial y}+\upsilon_z\frac{\partial \upsilon_z}{\partial z}-\frac{\partial}{\partial z}\left(\zeta_з\delta_z\frac{\partial \upsilon_z}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial H_y}{\partial y}\right)=0, \quad (21)$$

де $\zeta_з = \zeta + 0,333\mu$ – загальна величина в'язкості субстанції.

Таким чином, отримуємо наступні три рівняння, які відповідають стабільному станові гідродинамічної системи «ударна хвиля – хвиля деформації», тобто зберігаються умови абсолютної автомодельності опору стінки трубопроводу у квадратичній області при дії внутрішньої масової сили за межами впливу критеріїв Рейнольдса, Фруда і Томсона у режимі досягнутого рівня турбулентності потоку:

Отримані рівняння (19-21) складають однорідну стаціонарну систему рівнянь Нав'є – Стокса.

Аналітичне розв'язування системи рівнянь для оцінки поздовжньої стійкості напірного потоку. Для вирішення поставленої задачі відібрано із загальної кількості рівнянь наступних п'ять:

$$\frac{\partial U'_x}{\partial x}+\upsilon_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}+\upsilon_y\frac{\partial \upsilon_x}{\partial y}+\upsilon_z\frac{\partial \upsilon_x}{\partial z}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\zeta_з\delta_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial H_x}{\partial x}\right)=0; \quad (22)$$

$$\frac{\partial U'_y}{\partial y}+\upsilon_x\frac{\partial \upsilon_y}{\partial x}+\upsilon_y\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y}+\upsilon_z\frac{\partial \upsilon_y}{\partial z}-\frac{\partial}{\partial y}\left(\zeta_з\delta_y\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial H_y}{\partial y}\right)=0; \quad (23)$$

$$\frac{\partial U'_z}{\partial z}+\upsilon_x\frac{\partial \upsilon_z}{\partial x}+\upsilon_y\frac{\partial \upsilon_z}{\partial y}+\upsilon_z\frac{\partial \upsilon_z}{\partial z}-\frac{\partial}{\partial z}\left(\zeta_з\delta_z\frac{\partial \upsilon_z}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial H_y}{\partial y}\right)=0; \quad (24)$$

$$*\ \frac{\partial Q}{\partial t}=19{,}67.h^{2,5}(\lambda\ell)^{-0,5}\frac{\partial H^{0,5}}{\partial t}; \quad (25)$$

$$*\ \frac{\partial W}{\partial t}=\rho g H\frac{\partial \upsilon}{\partial t}. \quad (26)$$

Спочатку підставляємо рівняння (25) в (22), яке у диференційній формі має вигляд

$$\frac{\partial U'_x}{\partial x}\frac{dU'}{dx}+\left[\upsilon_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\varsigma_з\delta_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}\right)\right]\frac{d\upsilon}{dx}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)\frac{dH}{dx}+\frac{\partial Q}{\partial t}\frac{dQ}{dx}-19{,}67.h^{2,5}(\lambda\ell)^{-0,5}\frac{\partial H^{0,5}}{\partial t}\frac{dH}{dx}=0. \quad (27)$$

В інтегральній формі дане рівняння виглядить наступним чином.

$$\int_0^{U_{д.р}}\frac{\partial U'_x}{\partial x}\frac{dU'}{dx}+\int_0^{V_{\partial.p}}\left[\upsilon_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\varsigma_з\delta_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}\right)\right]\frac{d\upsilon}{dx}+\int_0^{H_{\partial.p}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)\frac{dH}{dx}+\int_0^{Q_{\partial.p}}\frac{\partial Q}{\partial t}\frac{dQ}{dx}-\int_0^{H_{\partial.p}}\left(19{,}67.h^{2,5}(\lambda\ell)^{-0,5}\frac{\partial H^{0,5}}{\partial x}\right)\frac{dH}{dx}=0 \quad (28)$$

Після інтегрування, при граничних умовах від *0* до $V_{\partial.p}$, $0/Q_{\partial.p}$ і від *0* до $H_{\partial.p}$, отримуємо вираз

$$-U'_{x.\partial.p}-V^2{}_{x.\partial.p}+0{,}333\varsigma_з\delta_x V^3{}_{x.\partial.p}-0{,}333H^3{}_{\partial.p}-Q_{\partial.p}+13{,}11.h^{2,5}(\lambda\ell)^{-0,5}H^{1,5}{}_{\partial.p}=0.$$

Аналогічним чином виконуємо розв'язок рівнянь по координатах *y* і *z*, з яких маємо вирази

$$-U'_{y.\partial.p}-V^2{}_{y.\partial.p}+0{,}333\varsigma_з\delta_y V^3{}_{y.\partial.p}-0{,}333H^3{}_{\partial.p}-Q_{\partial.p}+13{,}11.h^{2,5}(\lambda\ell)^{-0,5}H^{1,5}{}_{\partial.p}=0;$$

$$-U'_{z.\partial.p}-V^2{}_{z.\partial.p}+0{,}333\varsigma_з\delta_z V^3{}_{z.\partial.p}-0{,}333H^3{}_{\partial.p}+13{,}11.h^{2,5}(\lambda l)^{-0,5}H^{1,5}{}_{\partial.p}=0.$$

З даних виразів отримуємо формули для визначення віртуальної витрати води, коефіцієнта гідравлічного тертя і гідродинамічного напору при динамічній рівновазі внутрішніх і зовнішніх масових сил

$$Q_{\partial.p}=-U'_{x.\partial.p}-V^2{}_{x.\partial.p}+0{,}333\varsigma_з\delta_x V^3{}_{x.\partial.p}-0{,}333H^3{}_{\partial.p}+13{,}11.h^{2,5}(\lambda\ell)^{-0,5}H^{1,5}{}_{\partial.p}; \quad (29)$$

$$\frac{1}{\lambda^{0,5}}=\frac{U'_{y.\partial.p}+V^2{}_{y.\partial.p}-0{,}333\varsigma_з\delta_y V^3{}_{y.\partial.p}-0{,}333H^3{}_{\partial.p}+Q_{\partial.p}}{13{,}11.h^{2,5}(\ell)^{-0,5}H^{1,5}{}_{\partial.p}}; \quad (30)$$

$$H_{\partial.p}=\left(\frac{13{,}11.h^{2,5}(\lambda\ell)^{-0,5}}{0.333}\right)^{0,667}. \quad (31)$$

Дальше рівняння (26) підставляємо в (22),яке у диференційній формі має вигляд

$$\frac{\partial U'_x}{\partial x}\frac{dU'_x}{dx}+\left[\upsilon_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}+\upsilon_y\frac{\partial \upsilon_x}{\partial y}+\upsilon_z\frac{\partial \upsilon_x}{\partial z}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\varsigma_з\delta_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}\right)\right]\frac{d\upsilon}{dx}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)\frac{dH}{dx}+\left(\frac{\partial W}{\partial t}-\rho gH\frac{\partial \upsilon}{\partial t}\right)\frac{d\upsilon}{dx}=0. \quad (32)$$

В інтегральній формі дане рівняння виглядить наступним чином.

$$\int_0^{U_{д.р}}\frac{\partial U'_x}{\partial x}\frac{dU'}{dx}+\int_0^{V_{\partial.p}}\left[\upsilon_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\varsigma_з\delta_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}\right)\right]\frac{d\upsilon}{dx}+\int_0^{H_{\partial.p}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)\frac{dH}{dx}+\int_0^{W}\frac{\partial W}{\partial t}\frac{dW}{dx}-\int_0^{V_{\partial.p}}\left(\rho gH\frac{\partial \upsilon}{\partial t}\right)\frac{d\upsilon}{dx}=0. \quad (33)$$

Після інтегрування, при граничних/крайових умовах від *0* до $V_{\partial.p}$, $0/H_{\partial.p}$ і від *0* до *W* з даного рівняння отримуємо наступний вираз

$$-U'_{x.\partial.p}-V^2{}_{x.\partial.p}+0{,}333\varsigma_з\delta_x V^3{}_{x.\partial.p}-0{,}333H^3{}_{\partial.p.x}-W+\rho gH.V_{\partial.p}=0.$$

Аналогічним чином виконуємо розв'язок рівнянь по координатах *y* і *z*, з яких маємо вирази

$$-U'_{y.\partial.p} - V^2{}_{y.\partial.p} + 0{,}333\varsigma_з\delta_y V^3{}_{y.\partial.p} - 0{,}333.H^3{}_{\partial.p.y} + \rho gHV_{\partial.p} = 0\,;$$
$$-U'_{z.\partial.p} - V^2{}_{z.\partial.p} + 0{,}333\varsigma_з\delta_z V^3{}_{z.\partial.p} - 0{,}333H^3 = 0 \quad ,$$

з яких отримуємо формулу для визначення об'єму стоку води від початку роботи трубопроводу до встановлення стаціонарного гідравлічного режиму

$$W_{\partial.p} = -U'_{x.\partial.p} - V^2{}_{x.\partial.p} + 0{,}333\varsigma_з\delta_x V^3{}_{x.\partial.p} - 0{,}333H^3{}_{\partial.p.x} + \rho gH.V_{\partial.p}\,. \tag{34}$$

Аналітичне розв'язування системи рівнянь для оцінки деформацій потоку під впливом стоячої хвилі. З метою вирішення цієї задачі відібрані наступні рівняння:

$$\frac{\partial U'_x}{\partial x} + \upsilon_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} + \upsilon_y\frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} + \upsilon_z\frac{\partial \upsilon_x}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\zeta_з\delta_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\mu}{2}\right)\frac{\partial H_x}{\partial x}\right] = 0\,; \tag{35}$$

$$\frac{\partial U'_y}{\partial y} + \upsilon_x\frac{\partial \upsilon_y}{\partial x} + \upsilon_y\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y} + \upsilon_z\frac{\partial \upsilon_y}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial y}\left(\zeta_з\delta_y\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial H_y}{\partial y}\right) = 0\,; \tag{36}$$

$$\frac{\partial U'_z}{\partial z} + \upsilon_x\frac{\partial \upsilon_z}{\partial x} + \upsilon_y\frac{\partial \upsilon_z}{\partial y} + \upsilon_z\frac{\partial \upsilon_z}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\left(\zeta_з\delta_z\frac{\partial \upsilon_z}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial H_y}{\partial y}\right) = 0\,; \tag{37}$$

$$*\ \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial l}{\partial t} - \frac{\partial h_w}{\partial t}\ ; \tag{38}$$

$$*\ \frac{\partial W}{\partial t} = \rho gH\frac{\partial \upsilon}{\partial t}\ ; \tag{39}$$

Розв'язуємо рівняння (38 і 39) разом з (35-37), які в інтегральній формі мають наступний вигляд:

$$\int_0^{U_{д.р}}\frac{\partial U'_x}{\partial x}\frac{dU'}{dx} + \int_0^{V_{\partial.p}}\left[\upsilon_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\varsigma_з\delta_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}\right)\right]\frac{d\upsilon}{dx} + \int_0^{H_{\partial.p}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)\frac{dH}{dx} + \int_0^{Q_{\partial.p}}\frac{\partial Q}{\partial t}\frac{dQ}{dx} - \int_0^{H_{\partial.p}}\frac{\partial H}{\partial t}\frac{dH}{dx} -$$
$$-\int_0^{l_{\partial.p}}\frac{\partial l}{\partial t}\frac{dl}{dx} - \int_0^{q_s}\frac{\partial h_{w.}}{\partial t}\frac{dh_w}{dx} + \int_0^{W_{\partial.p}}\frac{\partial W}{\partial t}\frac{dW}{dx} - \int_0^{V_{\partial.p}}\left(\rho gH\frac{\partial \upsilon}{\partial t}\right)\frac{d\upsilon}{dx} = 0 \quad ; \tag{40}$$

$$\int_0^{U_{д.р}}\frac{\partial U'_y}{\partial y}\frac{dU'}{dy} + \int_0^{V_{\partial.p}}\left[\upsilon_y\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y}\left(\varsigma_з\delta_y\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y}\right)\right]\frac{d\upsilon}{dy} + \int_0^{H_{\partial.p}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)\frac{dH}{dy} + \int_0^{Q_{\partial.p}}\frac{\partial Q}{\partial t}\frac{dQ}{dy} - \int_0^{H_{\partial.p}}\frac{\partial H}{\partial t}\frac{dH}{dy} -$$
$$-\int_0^{V_{\partial.p}}\left(\rho gH\frac{\partial \upsilon}{\partial t}\right)\frac{d\upsilon}{dy} = 0 \quad ; \tag{41}$$

$$\int_0^{V_{\partial.p}}\left[\frac{\partial U'_z}{\partial z} + \upsilon_z\frac{\partial \upsilon_z}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\left(\varsigma_з\delta_z\frac{\partial \upsilon_z}{\partial z}\right)\right]\frac{dV}{dy} + \int_0^{H_{\partial.p}}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)\frac{dH}{dy} - \int_0^{H_{\partial.p}}\frac{\partial H}{\partial t}\frac{dH}{dy} = 0\,. \tag{42}$$

Після інтегрування, при граничних умовах від *0* до $V_{\partial.p}$, і від *0* до $H_{\partial.p}$, з даних рівнянь отримуємо наступні вирази:

$$-U'_{x.\partial.p} - V^2{}_{x.\partial.p} + 0{,}333\varsigma_з\delta_x V^3{}_{x.\partial.p} - 0{,}333..H^3{}_{\partial.p} - Q_{\partial.p} + H_{\partial.p} + l_{\partial.p.x} + h_{w.\partial.p} - W + \rho gH.V_{\partial.p} = 0;$$

$$-U'_{y.\partial.p} - V^2{}_{y.\partial.p} + 0{,}333\varsigma_з\delta_y V^3{}_{y.\partial.p} - 0{,}333.H^3{}_{\partial.p} - Q_{\partial.p} + H_{\partial.p} + \rho gH.V_{\partial.p} = 0;$$

$$-U'_{z.\partial.p} - V^2{}_{z.\partial.p} + 0{,}333\varsigma_з\delta_z V^3{}_{z.\partial.p} - 0{,}333.H^3{}_{\partial.p} + H_{\partial.p} + l_{\partial.p.z} = 0.$$

З отриманих виразів маємо наступні розрахункові формули для визначення довжини переміщення субстанції у вигляді мікровирів навколо ядра:

$$l_{.\partial.p.x} = U'_{x.\partial.p} + V^2{}_{x.\partial.p} - 0{,}333\varsigma_з\delta_x V^3{}_{x.\partial.p} + 0{,}333.H^3{}_{\partial.p} + Q_{\partial.p} - H_{\partial.p} - h_{w.\partial.p} + W - \rho gH.V_{\partial.p}; \tag{43}$$

$$l_{\partial.p.z} = U'_{z.\partial.p} - V^2{}_{z.\partial.p} - 0{,}333\varsigma_з\delta_z V^3{}_{z.\partial.p} + 0{,}333.H^3{}_{\partial.p} - H_{\partial.p}; \tag{44}$$

Аналітичне розв'язування системи рівнянь для оцінки соліноїдального руху субстанції. Для вирішення цієї задачі відібрано наступних п'ять рівнянь:

$$\frac{\partial U'_x}{\partial x} + \upsilon_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} + \upsilon_y\frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} + \upsilon_z\frac{\partial \upsilon_x}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\zeta_з\delta_x\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial H_x}{\partial x}\right) = 0; \tag{45}$$

$$\frac{\partial U'_y}{\partial y} + \upsilon_x\frac{\partial \upsilon_y}{\partial x} + \upsilon_y\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y} + \upsilon_z\frac{\partial \upsilon_y}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial y}\left(\zeta_з\delta_y\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial H_y}{\partial y}\right) = 0; \tag{46}$$

$$\frac{\partial U'_z}{\partial z} + \upsilon_x\frac{\partial \upsilon_z}{\partial x} + \upsilon_y\frac{\partial \upsilon_z}{\partial y} + \upsilon_z\frac{\partial \upsilon_z}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\left(\zeta_з\delta_z\frac{\partial \upsilon_z}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y}\right) = 0, \tag{47}$$

$$* \quad \frac{\partial W}{\partial t} = \rho gH\frac{\partial Q}{\partial t}; \tag{48}$$

$$* \quad \frac{\partial Q}{\partial t} = 19{,}67.h^{2,5}(\lambda\ell)^{-0,5}\frac{\partial H^{0,5}}{\partial t}. \tag{49}$$

Підставляємо рівняння (49) в (48)

$$\frac{\partial W}{\partial t} - 19{,}67\rho gHh^{2,5}(\lambda\ell)^{-0,5}\frac{\partial H^{0,5}}{\partial t} = 0. \tag{50}$$

Далі це рівняння підставляємо в (45), яке в диференційній формі має вигляд

$$\frac{\partial U'_y}{\partial y}\frac{dU'}{dy} + \left[\upsilon_y\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y}\left(\varsigma_з\delta_y\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y}\right)\right]\frac{d\upsilon}{dy} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)\frac{dH}{dy} + \frac{\partial W}{\partial t}\frac{dW}{dy} - \left(19{,}67.\rho gHh^{2,5}(\lambda_c l_c)^{-0,5}\frac{\partial H^{0,5}}{\partial t}\right)\frac{dH}{dy} = 0 \tag{51}$$

Після інтегрування, при граничних умовах від 0 до $V_{\partial.p}$, 0 /$H_{\partial.p}$ і від 0 до $W_{.\partial.p}$, з даного рівняння отримуємо наступний вираз:

$$-U'_{y.\partial.p} - V^2{}_{y.\partial.p} + 0{,}333\varsigma_з\delta_y V^3{}_{y.\partial.p} - 0{,}333H^3{}_{\partial.p} + 13{,}11.\rho gh^{2,5}H(\lambda\ell)^{-0,5}H^{1,5} = 0.$$

З цього виразу отримуємо формулу

$$h_{\partial.p}=\left(\frac{U'_{y.\partial.p}+V^2{}_{y.\partial.p}-0{,}333\varsigma_з\delta_y V^3{}_{y.\partial.p}-0{,}333H^3{}_{\partial.p}}{13{,}11\rho g H(\lambda\ell)^{-0{,}5}H^{1{,}5}}\right)^{0{,}4}. \quad (52)$$

Для визначення компонент швидкості потоку при динамічній рівновазі системи скористаємось рівняннями (38-40). Після інтегрування першого рівняння при граничних умовах від *0* до $V_{\partial.p}$ отримуємо

$$-U'_{x.\partial.p}-V^2{}_{x.\partial.p}+0{,}333\varsigma_з\delta_x V^3{}_{x.\partial.p}-0{,}333H^3{}_{\partial.p}=0\,.$$

Після спрощення даного виразу маємо

$$V^2{}_{\partial.p.x}(0{,}333\varsigma_з\delta_x V_{x.\partial.p}-1)-U'_{x.\partial.p}-0{,}333H^3{}_{\partial.p}=0\,,$$

з якого можна визначити компоненту швидкості потоку по координаті x

$$V_{x.\partial.p}=\frac{1}{0{,}333\varsigma_з\delta_x}\,. \quad (53)$$

Для двох інших компонент швидкості отримуємо аналогічні формули

$$V_{y.\partial.p}=\frac{1}{0{,}333\varsigma_з\delta_y}\,; \quad (54)$$

$$V_{z.\partial.p}=\frac{1}{0{,}333\varsigma_з\delta_z}\,. \quad (55)$$

Оцінка основних розрахункових характеристик. Виконуємо диференціювання та інтегрування рівнянь (9 -11) у межах від *0* до H в результаті чого отримуємо

$$-0{,}667\delta^{1{,}5}{}_{x\partial.p}+0{,}333\Delta h_w H^3=0\,;$$
$$-0333\delta^3{}_{y\partial.p}+0{,}1667(S_{c.x}/\ell)H^3=0\,;$$
$$-0{,}333\delta^3{}_{z\partial.p}+0{,}1667(S_{c.x}/\ell)H^3=0\,.$$

Наведені вирази дозволяють визначити величини переміщення елементарних об’ємів субстанції за наступними формулами:

$$\delta_{x\partial.p}=\left(0{,}5\Delta h_w H^3\right)^{0{,}667}; \quad (56)$$

$$\delta_{y.\partial.p}=\left(0{,}5(S_{c.x}/\ell)H^3\right)^{0{,}333}; \quad (57)$$

$$\delta_{z\partial.p}=\left(0{,}5(S_{c.x}/\ell)H^3\right)^{0{,}333}. \quad (58)$$

Втрату напору на ділянці стаціонарного режиму можна оцінити шляхом сумісного розв’язування рівнянь (6 і 12) які показані в інтегральному вигляді

$$\int_0^{w_{\partial.p}}\int_0^{Q_{\partial.p}}\left(\Delta h_w\frac{\partial W^{0.5}}{\partial t}-\rho gH\frac{\partial Q}{\partial t}\right)\frac{dQ}{dx}=0. \qquad (59)$$

Після інтегрування при граничних умовах від *0* до $Q_{\partial.p}$ отримуємо

$$-0.667\Delta h_w W^{1,5}+\rho gHQ_{\partial.p}=0,$$

звідки отримуємо формулу

$$\Delta h_w=\frac{\rho gHQ_{\partial.p}}{0.667W^{1,5}}. \qquad (60)$$

Для визначення "другої" (об'ємної) в'язкості водного потоку, яка набута після його стискання, рекомендується скористатися емпіричною залежністю, наведеною в монографії Л. Седова [1, с. 327]

$$\varsigma_з=\varsigma+\frac{1}{3}\mu=\lambda_0+\frac{2}{3}\mu+\frac{1}{3}\mu=\lambda_0+\mu, \qquad (61)$$

Для водного потоку жорсткість не має прояву, оскільки вода практично не сприймає нормальних напружень, а тільки дотичні, які виникають при її русі, отже формулу (51) для напірного трубопроводу можна записати у наступному вигляді:

$$\varsigma_з=2\pi h_{сер}+\mu, \qquad (62)$$

де $2\pi h_{сер}$ – висота стоячої хвилі у водному середовищі трубопроводу, яка трансформується в процес формування і підтримування гвинтового руху. Тут $h_{сер}$ домірне радіусу труби.

Аналітичне розв'язування системи рівнянь для оцінки характеристик пристінного шару напірного трубопроводу. Дослідженнями турбулентності руслових потоків переймалися багато вітчизняних і зарубіжних вчених. Суттєві вклади у розвиток теоретичного обґрунтування турбулентності водотоків належать А.Н. Колмогорову [6], Б.А. Фідману [7], І.К. Нікітіну[8], А. Б . Клавену [9], В.С. Боровкову [10] та іншим вченим.

Товщина пристінного шару δ_n орієнтовно дорівнює подвоєній абсолютній висоті виступів шорсткості стінки труби $\approx 2\Delta_{сер.зв}$. Цей шар перебуває під впливом гідродинамічного тиску водних мас по глибині потоку, який для напірного трубопроводу визначається орієнтовно радіусом труби. Чим більший радіус (глибина потоку), тим вищий рівень активності явища турбулентності водних мас у пристінному шарі. В самому потоці, при зміні рівня турбулентності водних мас (рівня генерації мікровирів – елементів турбулентності), відбувається структурна перебудова субстанції, що характеризує рівень формування центрового мезовира.

Для вирішення поставленої задачі взято два із наведених вище основних рівнянь

$$*\ \frac{\partial\vec{\upsilon}'}{\partial t}=-(\vec{\upsilon}'\cdot\nabla)\vec{\upsilon}'+\nu\Delta\vec{\upsilon}'-\frac{1}{\rho}\nabla p+\varsigma_\Delta\delta_{\Delta i}\nabla divh\ ; \qquad (63)$$

$$*\ \frac{\partial\vec{\upsilon}'}{\partial t}=-(\vec{\upsilon}'\nabla)\vec{\upsilon}'-\frac{1}{\rho'}\nabla p \qquad (64)$$

Розкриті разом рівняння (63) і (64) у двовимірному просторі мають наступний вигляд:

$$\frac{\partial U'_x}{\partial t}=-U'_x\frac{\partial U'_x}{\partial x}-U'_y\frac{\partial U'_x}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\nu\left(\frac{\partial U'_x}{\partial x}+\frac{\partial U'_y}{\partial x}-\frac{2}{3}\delta_{x.\Delta}\frac{\partial U'_x}{\partial x}\right)\right]-\frac{1}{\rho'}\frac{\partial p_x}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\zeta_\Delta\delta_{\Delta.x}\frac{\partial h}{\partial x}\right)+ ; \qquad (65)$$

$$+\frac{\partial U'_x}{\partial t}+U'_x\frac{\partial U'_x}{\partial x}+U'_y\frac{\partial U'_x}{\partial y}+\frac{1}{\rho'}\frac{\partial p_x}{\partial x}$$

$$\frac{\partial U'_y}{\partial t}=-U'_x\frac{\partial U'_y}{\partial x}-U'_y\frac{\partial U'_y}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial y}\left[\nu\left(\frac{\partial U'_y}{\partial y}+\frac{\partial U'_z}{\partial y}-\frac{2}{3}\delta_{y.\Delta}\frac{\partial U'_y}{\partial y}\right)\right]-\frac{1}{\rho'}\frac{\partial p_y}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\zeta_\Delta\delta_{\Delta.y}\frac{\partial h}{\partial y}\right)+ .$$
$$+\frac{\partial U'_y}{\partial t}+U'_x\frac{\partial U'_y}{\partial x}+U'_y\frac{\partial U'_y}{\partial y}+\frac{1}{\rho'}\frac{\partial p_y}{\partial y} \quad (66)$$

Рівняння (64) включено у дану систему з метою стабілізації рівня турбулентності у пристінному шарі, який залежить від зміни тиску. Після відповідних скорочень отримуємо наступні рівняння:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\nu\left(\frac{\partial U'_x}{\partial x}+\frac{\partial U'_y}{\partial y}-\frac{2}{3}\delta_{\Delta.x}\frac{\partial U'_x}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial x}\left[\varsigma_\Delta\delta_{\Delta.x}\frac{\partial h}{\partial x}\right]=0\,; \quad (67)$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left[\nu\left(\frac{\partial U'_y}{\partial y}+\frac{\partial U'_z}{\partial z}-\frac{2}{3}\delta_{\Delta.y}\frac{\partial U'_y}{\partial y}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\varsigma_\Delta\delta_{\Delta.y}\frac{\partial h}{\partial y}\right]=0\,. \quad (68)$$

Отримані рівняння являють собою однорідну стаціонарну систему.

Після диференціювання і інтегрування даних рівнянь, при граничних умовах від *0* до $U'_{\Delta\partial.p}$ і від *0* до $h_{\partial.\,p}$ отримуємо наступні вирази:

$$-0{,}333.\nu U'^3_{\Delta.x.\partial.p}+0{,}222.\nu\delta_{\Delta.x}U'^3_{\Delta.x.\partial.p}-0{,}333\varsigma\Delta\delta_{\Delta.x}h^3_{\Delta.x.\partial.p}=0\,; \qquad .$$
$$-0{,}333.\nu U'^3_{\Delta.y.\partial.p}+0{,}222.\nu\delta_{\Delta.y}U'^3_{\Delta.y.\partial.p}-0{,}333\varsigma_\Delta\delta_{\Delta.y}h^3_{\Delta.y.\partial.p}=0\,.$$

З цих виразів отримані наступні розрахункові формули для визначення величин пульсації потоку у пристінному шарі по координатах *x,* і *y*

$$U'_{\Delta.x.\partial.p}=\left(\frac{0{,}333.\varsigma_з\delta_{x.\Delta}h^3{}_{\partial.p}}{0{,}222.\nu\delta_{.x.\Delta}-0{,}333.\nu}\right)^{0{,}333}\,; \quad (69)$$

$$U'_{\Delta.y.\partial.p}=\left(\frac{0{,}333.\varsigma_\Delta\delta_{y.\Delta}h^3{}_{\partial.p}}{0{,}222.\nu\delta_{y.\Delta}-0{,}333.\nu}\right)^{0{,}333}\,, \quad (70)$$

де $\zeta_{\Delta}=\zeta_з+0{,}5\nu=2\pi h+\mu+0{,}5\nu$ – загальна в'язкість субстанції у пристінному шарі потоку; $\delta_{\Delta.x}=\delta_{\Delta.y}$ - товщина пристінного шару по координатах x і y , яку рекомендується назначати домірною подвоєній висоті виступів абсолютної шорсткості стінки трубопроводу $2\Delta_{сер.зв}$.

Для визначення компонент тиску у придонній області використовуємо рівняння (63), яке наведене у розкритому вигляді

$$*\;\frac{\partial U'_x}{\partial t}=-U'_x\frac{\partial U'_x}{\partial x}-U'_y\frac{\partial U'_x}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\nu\left(\frac{\partial U'_x}{\partial x}+\frac{\partial U'_y}{\partial x}-\frac{2}{3}\delta_{x.\Delta}\frac{\partial U'_x}{\partial x}\right)\right]-\frac{1}{\rho'}\frac{\partial p_x}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\zeta_\Delta\delta_{\Delta.x}\frac{\partial h}{\partial x}\right)\;; \quad (71)$$

$$*\;\frac{\partial U'_y}{\partial t}=-U'_x\frac{\partial U'_y}{\partial x}-U'_y\frac{\partial U'_y}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial y}\left[\nu\left(\frac{\partial U'_y}{\partial y}+\frac{\partial U'_z}{\partial y}-\frac{2}{3}\delta_{y.\Delta}\frac{\partial U'_y}{\partial y}\right)\right]-\frac{1}{\rho'}\frac{\partial p_y}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\varsigma_\Delta\delta_{\Delta.y}\frac{\partial h}{\partial y}\right)\;, \quad (72)$$

які після диференціювання і інтегрування при граничних умовах від 0 до $U'_{\partial.p}$, $0/p_{\partial.p}$ і від 0 до $\Delta h_{\partial.p}$ та при початковій умові збереження стану динамічної рівноваги системи $\partial U'/\partial t = 0$ дають можливість отримати вирази

$$U'^2_{\Delta.x.\partial.p} - 0{,}333..\nu U'^3_{\Delta.x.\partial.p} + 0{,}222..\nu.\delta_{x.\Delta} U'^3_{\Delta.x.\partial.p} + (1/\rho') p_{x.\partial.p} - 0{,}333.\varsigma_{\Delta} \delta_{x.\Delta} h^3_{\partial.p} = 0;$$

$$U'^2_{\Delta.y.\partial.p} - 0{,}333..\nu U'^3_{\Delta.y.\partial.p} + 0{,}222..\nu.\delta_{x.y} U'^3_{\Delta.x.\partial.p} + (1/\rho') p_{y.\partial.p} - 00{,}333.\varsigma_{\Delta} \delta_{y.\Delta} h^3_{\partial.p} = 0,$$

з яких отримуємо розрахункові формули

$$p_{\Delta.x.\partial.p} = (0{,}333.\nu U'^3_{\Delta.x.\partial.p} - U'^2_{\Delta.x.\partial.p} - 0{,}222.\nu.\delta_{x.\Delta} U'^3_{\Delta.x.\partial.p} + 0{,}333.\varsigma_{\Delta} \delta_{x.\Delta} h^3_{\partial.p})\rho; \quad (73)$$

$$p_{\Delta.y.\partial.p} = (0{,}333.\nu U'^3_{\Delta.y.\partial.p} - U'^2_{\Delta.y.\partial.p} - 0{,}222..\nu.\delta_{y.\Delta} U'^3_{\Delta.y.\partial.p} + 0{,}333.\varsigma_{\Delta} \delta_{y.\Delta} h^3_{\partial.p})\rho \ . \quad (74)$$

Висновки

На основі вищевикладеного матеріалу можна зробити наступні науково-методичні узагальнення:

1. Отримані результати розрахунків характеристик напірного потоку дають можливість стверджувати про наявність в центрі труби стійкого ядра.

2. Ядро потоку являє собою центральну частину мезовира, який обертається проти годинникової стрілки і, таким чином, підтримує у поперечному вимірі динамічну рівновагу системи «напірний потік – стояча хвиля».

3. Матеріали дослідження показують, що існуючий емпіричний метод гідравлічного розрахунку напірного трубопроводу цілком відповідає практиці.

4. Розв'язування замкненої системи рівнянь Нав'є-Стокса дозволяє у повній мірі оцінити гідроморфодинамічний стан водотоку при динамічній рівновазі системи «стояча хвиля-напірний потік».

5. Наведені вище аналітичні розв'язання ряду задач підтверджують можливість широкого використання цієї системи рівнянь для вирішення цілого ряду задач гідроаеромеханіки й інших сумісних дисциплін.

Список використаної літератури

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды. - М. Наука, 1983.- 528с.

2. Дмитревский В.И. Гидромеханика. – М.: Изд-во «Морской транспорт», 1962.- 296 с.

3. Войткунский Я.И., Фаддеев Ю.И., Федяевский К.К. Гидромеханика. Ученик. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л.: Судостроение, 1982. – 456 с.

4. Онищук В.В. Розв'язування системи рівнянь Нав'є-Стокса для крила літака. / В кн. Сімнадцята міжнародна наукова конференція ім. акад. Михайла Кравчука, 19-20 травня, 2016 р., Київ: Матеріали конфе. Т. 1. Диференціальні та інтегральні рівняння, їх застосування. – Київ: НТТУ «КПІ», 2016. – С. 222-225.

5. Онищук В.В. Розв'язування системи рівнянь Нав'є-Стокса для оцінки динамічної рівноваги системи «потік-русло». // Гідрологія, гідрохімія і гідроекологія. Наук. збірник / Гол. Редактор В.К. Хільчевський. - К.: ВГП Обрії, 2016.- Т.4(43). - С. 6-24.

6. Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса. //ДАН СССР. - Т.30. - №4, 1941. – С. 13-17.

7. Фидман Б.А. Об уравнениях гидромеханики для многокомпонентной турбулентной среды. Изд. СО АН СССР, ОТН, №2, вып.1, 1965. – С. 24-29.

8. Никитин И.К. Турбулентный русловой поток и процессы в придонной области. - Киев: Изд-во АН УССР, 1968. – 120 с.

9. Клавен А.Б. Исследование структуры турбулентного потока. //Тр. ГГИ, 1986. – Вып.136. – С. 65-76.

10. Боровков В.С. Русловые процессы и динамика речных наносов на урбанизованных территориях /В.С. Боровков. - Л.: Гидрометеоиздат, 1989. – 286 с.

11. Патент України на корисну модель № 103796. Модернізована високоекологічна мала гідроелектростанція (ГЕС). Онищук В.В., Ободовський О.Г., Нікулін Д.О., Ободовський Ю.О. Бюл. № 24, 2015.

V. Onischuk, Cand. Sc. (Eng.), SRF, **ORCID** 0000-0003-3406-8778
Shevchenko National University of Kyiv

THE THEORETICAL JUSTIFICATION BANDWIDTH PRESSURE PIPE BASED SOLUTION OF THE EQUATION NAVYE –STOKSA

Based on the analytical solution of closed system of Navier-Stokes equations the estimation hydromorphological pressure flow state in the dynamic equilibrium system "standing wave - wave deformation." According to the calculation, formula assessed a specific example of the structure of the pressure flow. The core flow is a neutral zone as mezovyra that rotates clockwise and thus supports the transverse dimension of dynamic equilibrium system "pressure flow - standing wave." Established that the hydrodynamic pressure substance layer in the wall close to the high vacuum, and it indicates a neutral layer between a stream and a solid wall. The results of the research show that the existing empirical method of calculating the hydraulic pressure pipe is consistent practice. Solinoyidalnyy movement of substances in the pressure pipe is a clear proof of principle of minimum energy dissipation in an open system. This movement is due to the action of three substances of mass forces - hydrodynamic pressure, standing wave in conditions of slow flow and transverse thrust against the background of a blocked meandering manifestation of the phenomenon. With the onset of the stationary hydraulic mode standing wave energy is transformed into a longitudinal cross-circulation, ie solinoyidalnyy movement.

Keywords: *hydrodynamic system "standing wave - wave of deformation", dynamic equilibrium of the system, solinoid trajectory of the motion of matter, Navier - Stokes equation system, core of the watercourse.*

References

1. Sedov L.I. Mechanics sploshnoy environment. - M. Nauka, 1983.- 528 p.
2. Dmytrevskyy V.I. Fluid mechanics. - M .: Publishing House "Morskoy transport", 1962.- 296 p.
3. Voytkunskyy Y.I, Faddeev J.I., Fedyaevskyy K.K. Fluid mechanics. Pupil. - the second ultrasound., Rev. and add. - L .: Sudostroenye, 1982. - 456 p.
4. Onischuk V. Solving the system of Navier-Stokes equations for estimation of dynamic equilibrium system "flow-channel." // Hydrology, hydrochemistry and hydroecology. Science. collection / Gl. Editor VK Khilchevsky. - K .: VGP Horizons, 2016.- V.4 (43). - P. 6-24.
5. Onischuk V. Solving the system of Navier-Stokes equations for airplane wing. I / Vol. Seventeenth International Conference named. Acad. Kravchuk, May 19-20, 2016, Kyiv: Proceedings of the conference. T. 1. Differential and integral equations and their applications. - Kyiv: National Technical University "KPI", 2016. - P. 222-225.
6. Kolmogorov A.N. Lokalnaya structure of turbulence in an incompressible fluid with large-Very Reynolds. // DAN USSR. - T.30. - №4, 1941. - P. 13-17.
7. Fydman B.A. Rev. equation for fluid mechanics mnohokomponentnoy turbulentnoy environment. Ed. SO AN USSR, relative, №2, vыp.1, 1965. - P. 24-29.
8. Nikitin I.K. Turbulentnыy ruslovoy flow and processes in prydonnoy area. - Kiev: Publishing House of the USSR Academy of Sciences, 1968. - 120 p.
9. Klaven A.B. Investigation of turbulent flow structure. // Tr. HHY, 1986. - Vыp.136. - P. 65-76.
10. Borovkov V.S. Ruslovыe processes and dynamics rechnыh nanosov in the territories urbanyzovannыh /V.S. Borovkov. - L .: Gidrometeoizdat, 1989. - 286 p.
11. Ukraine patent for utility model number 103796. The upgraded vysokoekolohichna small hydroelectric power plant (HPP). Onischuk V.V., Obodovskyy A.G., Nikulin D.O., J.O. Obodovskyy Bull. Number 24, 2015.

УДК 532.551

В.В. Онищук, канд. техн. наук, старш. науч. сотруд., **ORCID** 0000-0003-3406-8778
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ НАПОРНОГО ТРУБОПРОВОДА НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ НАВЕ – СТОКСА

На основе аналитического решения замкнутой системы уравнений Навье-Стокса выполнена оценка гидроморфологического состояния напорного потока при динамическом равновесии системы «стоячая волна - волна деформации». По полученным расчетным формулам на конкретном примере оценена структура напорного потока. Солиноидальное движение субстанции в напорном трубопроводе является ярким подтверждением принципа минимума диссипации энергии в открытой системе. Это движение субстанции обусловлено действием трех массовых сил - гидродинамического напора, стоячей волны в условиях замедленного течения и поперечным распором на фоне заблокированного проявления явления меандрирования. Полученные результаты расчетов характеристик напорного потока дают возможность утверждать о наличии в центре трубы устойчивого ядра. Ядро потока представляет собой центральную часть мезовира, который вращается против часовой стрелки и, таким образом, поддерживает в поперечном измерении динамическое равновесие системы «напорный поток - стоячая волна».

Ключевые слова: гидродинамическая система «стоячая волна - волна деформации», динамическое равновесие системы, солиноидальная траектория движения субстанции, система уравнений Навье - Стокса, ядро водотока.

Надійшла 29.06.2017
Received 29.06.2017

УДК 331.45

О.Г. Левченко, д-р техн. наук, проф., **ORCID** 0000-0002-9737-7212
О.С. Ільчук, асист., **ORCID** 0000-0001-6352-5320
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ОЦІНЮВАННЯ РІВНЯ ЕФЕКТИВНОСТІ УПРАВЛІННЯ ОХОРОНОЮ ПРАЦІ В ГАЛУЗІ МАШИНОБУДУВАННЯ

У роботі обґрунтовано застосування правила ранжування для машинобудівних виробництв за показниками впливу на рівень їх виробничого травматизму. Сформульовано математичну постановку задачі ранжування. Розраховано й впорядковано суму рангів для виробництв в галузі машинобудування. Виконано математичне моделювання ранжування виробництв за допомогою правила Борда та отримано матрицю спостережень. Наведено результати розподілу потерпілих за причинами нещасних випадків, які в повному обсязі відображають стан охорони праці та рівень виробничого травматизму в галузі машинобудування вцілому.

Розглянуто десять машинобудівних виробництв України та наведено результуючі значення ранжування правилом Борда для визначення кращих та гірших з них.

Ключові слова: охорона праці, ефективність управління, машинобудування, виробничий травматизм, ранжування, правило Борда.