

УДК 621.315.61:621.311

Р.В. Вожаков, асистент, ORCID 0000-0001-8534-6227
В.М. Кириленко, канд. техн. наук, доцент, ORCID 0000-0002-6168-2469
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

РОЗПОДІЛ УСТАЛЕНОЇ ТЕМПЕРАТУРИ В ІЗОЛЯЦІЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ФОРМИ ПРИ НАЯВНОСТІ СТОРОННІХ ДЖЕРЕЛ ТЕПЛОТИ

Стаття присвячена розгляду температурного режиму роботи електричної ізоляції циліндричної форми, за наявності сторонніх джерел теплоти. Проведено стислий аналіз найпоширеніших методів розрахунку (моделювання) усталеного теплового режиму роботи ізоляції електрообладнання. На основі диференційного рівняння теплопровідності, яке описує тепловий режим фізичного тіла, вперше знайдено аналітичний вираз поперечного розподілу усталеної температури в шарі циліндричного діелектрика для експоненційної температурної залежності діелектричних втрат на електропровідність і додаткового нагрівання діелектрика від сторонніх джерел теплоти. Розглянуто вплив потужності діелектричних втрат і сторонніх джерел теплоти, а також геометричних розмірів ізоляції на розподіл усталеної температури вздовж шару діелектрика і його максимальну температуру. Наведено відповідні графічні залежності, на основі яких зроблено висновки про вплив нагрівання як від діелектричних втрат, так і від сторонніх джерел теплоти, а також геометричних розмірів ізоляції на її температурний режим.

Ключові слова: розподіл температури, циліндрична ізоляція, діелектричні втрати, сторонні джерела теплоти.

Вступ. Важливою частиною електротехнічного електрообладнання, яка визначає його працездатність, є ізоляція. Розробка методів, що дозволять уникнути відмови електротехнічного обладнання в процесі експлуатації, має ґрунтуватися на максимально адекватному описі розвитку процесів руйнування.

Найбільш суттєвий вплив на характеристики високовольтної ізоляції електротехнічних пристроїв має теплове старіння, що призводить до прискореного спрацювання ресурсу, а при аномальних режимах роботи обладнання і до теплового пробою, пов'язаного з порушенням теплової рівноваги між діелектричними втратами в електричній ізоляції і тепловіддачею в навколишнє середовище [1].

Для діелектричних матеріалів, що використовуються в електротехніці, характерним є експоненціальне зростання діелектричних втрат на електропровідність, що є причиною теплового пробою, в залежності від температури. Більш того, в реальних конструкціях електрично навантажений діелектрик часто знаходиться поряд зі стороннім тепловим джерелом (струмопровідна жила, обмотка, активна сталь, активний елемент, тощо). В результаті, крім виділення теплоти від діелектричних втрат через ізоляцію проходить певна кількість теплової енергії від сторонніх джерел теплоти, що призводить до підвищення температури і додаткового нелінійного і неадитивного нагрівання через експоненціальну залежність діелектричних втрат від температури і підвищує імовірність теплового пробою.

В загальному випадку при визначенні можливості відмови обладнання розглядають тепловий стан ізоляції. Існує узагальнена теорія теплового пробою діелектриків з врахуванням несиметричних умов охолодження, тепловиділення в електродах і зміни питомої активної провідності по товщині зразка [2]. Однак, її метою є знаходження виразу для пробивної напруги, використовуючи диференційне рівняння теплопровідності, яке описує тепловий режим ізоляції, не знаходячи розподілу температури в явному вигляді.

В роботі [3] за допомогою застосування чисельних методів до диференційного рівняння, що характеризує рівноважний тепловий стан ізоляції, отримано графіки розподілу температури по товщині циліндричного діелектрика з врахуванням залежності параметрів діелектрика від температури і координати для симетричних і несиметричних (внутрішній електрод термоізольований) умов охолодження, але без додаткового підігрівання від сторонніх джерел теплоти.

В деяких інженерних розрахунках, наприклад, при визначенні допустимого струму високовольтного кабелю [4], [5], тепловий режим ізоляції визначають в вигляді перепадів температур між різними елементами (послідовними шарами) за допомогою «теплового закону Ома», де фігурують потоки теплоти і теплові опори. В цьому методі враховується потік теплоти від струмоведучої жили, однак для полегшення розрахунків при визначенні діелектричних втрат в ізоляції не враховується залежність її

параметрів від температури, що призводить до завищеного розрахункового перепаду температур і припустимо тільки для малих товщин [5, с.169]. В роботі [6] співставлення результатів подібних розрахунків температурного режиму кабелю з експериментом показує, що розрахункова температура вища за експериментальну. Причиною завищених розрахункових значень може бути невірне урахування розподілу діелектричних втрат, що можуть складати від 50 до 220% втрат в струмоведучих жилах [4, с.177], по товщині ізоляції.

Вперше явний аналітичний вираз для розподілу температури плаского діелектрика з врахуванням експоненційної залежності $tg\delta$ від температури і сторонніх джерел теплоти було отримано в роботі [7]. Однак, на практиці дуже часто використовується циліндрична конфігурація ізоляції (кабелі, високовольтні вводи, трансформатори струму), для якої характерним є нерівномірний розподіл напруженості електричного поля на відміну від пласкої конфігурації, де вона до нагрівання діелектрика розподілена рівномірно. Це повинно, разом зі сторонніми джерелами теплоти, приводити до відмінності розподілу температури в діелектриках пласкої і циліндричної конфігурацій.

Мета та завдання. Метою даної роботи є дослідження впливу різних факторів, а перш за все сторонніх джерел теплоти, на розподіл температури в ізоляції циліндричної форми. Задачами є знаходження аналітичного виразу для розподілу температури в циліндричній ізоляції з врахуванням експоненційної залежності $tg\delta$ від температури і сторонніх джерел теплоти і побудова відповідних температурних залежностей.

Матеріал і результати досліджень. Для представлення циліндричної ізоляції електрообладнання у вигляді тривимірної моделі доцільно скористатися циліндричними координатами ρ , φ , z (рис.1). Вісь z направлена вздовж осі порожнистого циліндра. Його геометричні розміри r_1 , r_2 і l . В діелектрику ($r_1 < r < r_2$) виділяються температурозалежні діелектричні втрати P_d , спричинені електричним полем. До поверхні з радіусом r_1 підходить потік теплоти від стороннього джерела – P_S (омічні втрати). На поверхні $r = r_2$ в навколишнє середовище віддається теплота Q .

Для математичної моделі прийняті наступні припущення:

- $l \gg r$ ($S_{\text{біч}} \gg S_{\text{попер}}$) і тому можна знехтувати тепловіддачею через торцеву поверхню і вважати, що тепловий потік спрямований тільки вздовж радіуса.
- Провідник розглядається тільки як стороннє теплове джерело, яке забезпечує проходження крізь площину $r = r_1$ постійного теплового потоку P_S і реальний розподіл температури з врахуванням високої теплопровідності металу в ньому не розглядається [8].
- Тепловіддача в зовнішнє середовище на поверхні ізоляції відбувається за законом Ньютона.
- При розв'язуванні задачі враховується залежність напруженості змінного електричного поля E [В/м] тільки від r згідно формули:

$$E = U / \left(r \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} \right). \quad (1)$$

- Передбачається, що виділення теплоти при змінній напрузі обумовлено втратами на електропровідність. Отже, потужність внутрішнього джерела теплоти представляється в вигляді:

$$P_d = \iiint p_0 e^{a(T-T_0)} dV, \quad (2)$$

$$p_0 = \omega \epsilon_0 \epsilon_r E^2 tg\delta_0 = \omega \epsilon_0 \epsilon_r \left(U / r \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} \right)^2 tg\delta_0 = \frac{p_0'}{r^2}. \quad (3)$$

де U , [В] – робоча напруга; ω , [рад/с] – кругова частота; ϵ_0 – електрична стала, рівна $8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; ϵ_r – відносна діелектрична проникність; $tg\delta_0$ – тангенс кута діелектричних втрат при температурі T_0 ; a , [K^{-1}] – температурний коефіцієнт $tg\delta$; p_0' , [Вт/м] – лінійна густина діелектричних втрат при $T = T_0$.

При прийнятих припущеннях можна перейти до двовимірного випадку в полярних координатах, а з врахуванням симетрії по φ , задача зводиться до одновимірної.

Тоді рівняння, що характеризує рівноважний тепловий стан ізоляції електротехнічного обладнання, з врахуванням зроблених припущень, запишеться у вигляді:

$$\frac{\lambda_T}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + \frac{p_0'}{r^2} e^{a(T-T_0)} = 0, \quad (4)$$

де T , [K] – температура ізоляції в точці на відстані r від центра; λ_T , [Вт/(м·К)] – коефіцієнт теплопровідності електричної ізоляції, що приймається сталим.

Граничні умови для даної задачі по [9] будуть мати вигляд:

$$T(r_1) = T_M; \quad -\lambda_T \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=r_1} = p_S, \quad (5)$$

$$T(r_2) = T_{II}; \quad \lambda_T \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=r_2} = -q = -\alpha_T (T_{II} - T_0), \quad (6)$$

де T_M , [K] – максимальна температура ізоляції; $p_S = \frac{I^2 \rho}{2\pi r_1 S_{жс}}$, [Вт/м²] – питомий потік потужності сторонніх джерел теплоти (нагрівання жили); α_T , [Вт/(м² K)] – коефіцієнт тепловіддачі в навколишнє середовище; T_{II} , [K] – температура поверхні ізоляції.

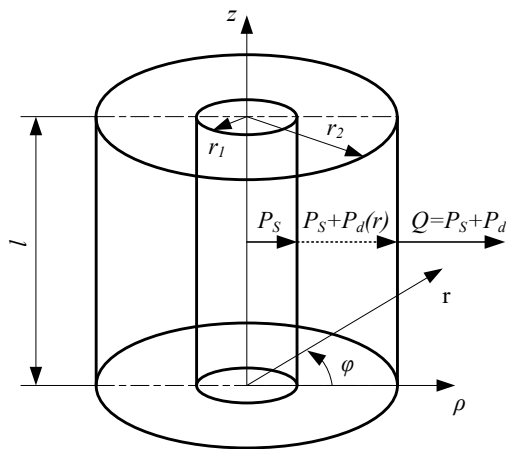


Рисунок 1 – Модель діелектрика в циліндричних координатах

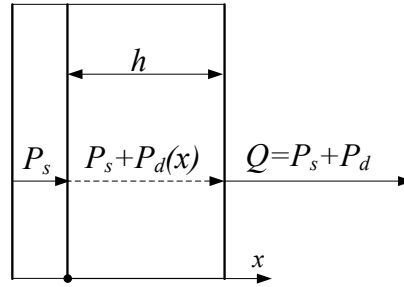


Рисунок 2 – Одновимірна модель циліндричного діелектрика в плоских координатах

З метою спрощення рівняння перейдемо від циліндричних координат до плоских (рис. 2). Для цього зробимо заміну $x = r_2 \ln \frac{r}{r_1}$ (при $r = r_1$ $x = 0$, при $r = r_2$ $x = r_2 \ln \frac{r_2}{r_1} = h$). Тоді $dx = \frac{r_2}{r} \frac{dr}{r} = \frac{r_2}{r} dr$, $dr = \frac{r}{r_2} dx$ і рівняння (4) приймає вигляд:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = -\frac{p_0'}{\lambda_T r_2^2} e^{a(T-T_0)}, \quad (7)$$

а граничні умови:

$$T(x)|_{x=0} = T_M, \quad \left. \frac{dT(x)}{dx} \right|_{x=0} = -\frac{r_1 p_S}{r_2 \lambda_T}; \quad (8)$$

$$T(x)|_{x=h} = T_{II}, \quad \left. \frac{dT(x)}{dx} \right|_{x=h} = -\frac{\alpha_T}{\lambda_T} (T_{II} - T_0), \quad (9)$$

Розв'язання рівняння (7) при граничних умовах (8) та (9) і поверненні до полярних координат, дає шуканий вираз для розподілу температури в циліндричному діелектрику:

$$T(r) = T_0 + \frac{1}{a} \ln \left(\frac{C}{B} \cdot \frac{4\alpha\beta \left(\frac{r}{\eta}\right)^\gamma}{\left(\alpha + \beta \left(\frac{r}{\eta}\right)^\gamma\right)^2} \right), \quad (10)$$

де $\alpha = |r_2 \lambda_T \sqrt{C} - \eta p_S|$, $\beta = |r_2 \lambda_T \sqrt{C} + \eta p_S|$, $\gamma = a \sqrt{C} \cdot r_2$, $B = \frac{2p_0'}{a \lambda_T r_2^2}$,

$$C = \left(-\frac{\eta p_S}{r_2 \lambda_T} \right)^2 + \frac{p_0'}{a \lambda_T r_2^2} e^{a(T_M - T_0)}.$$

Максимальну температуру T_M при $r = \eta$ можна визначити, розв'язавши чисельними методами трансцендентне рівняння, отримане з граничної умови (9), відносно C :

$$-\lambda_T \left(\frac{\alpha - \beta \left(\frac{r_2}{\eta}\right)^\gamma}{\sqrt{C} \left(\alpha + \beta \left(\frac{r_2}{\eta}\right)^\gamma\right)} \right) = \frac{\alpha_T}{a} \ln \left(\frac{C}{B} \cdot \frac{4\alpha\beta \left(\frac{r_2}{\eta}\right)^\gamma}{\left(\alpha + \beta \left(\frac{r_2}{\eta}\right)^\gamma\right)^2} \right), \quad (11)$$

а потім, використовуючи C , розрахувати T_M .

Вплив геометричних розмірів ізоляції (η, h) на розподіл температури в циліндричній ізоляції з сторонніми джерелами теплоти проілюстровано на рис. 3 та 4. В якості вихідних даних були прийняті наступні величини: питомий потік потужності сторонніх джерел теплоти $p_S = 150 \text{ Вт/м}^2$; лінійна густина діелектричних втрат $p'_0 = 0,2 \text{ Вт/м}$; коефіцієнт тепловіддачі $\alpha_T = 10 \text{ Вт/(м}^2\text{·К)}$; температурний коефіцієнт $\text{tg}\delta$ $a = 0,02 \text{ К}^{-1}$; коефіцієнт теплопровідності ізоляції $\lambda_T = 0,2 \text{ Вт/(м·К)}$; температура навколишнього середовища $T_0 = 20^\circ\text{C}$; довжина – $l = 1 \text{ м}$; для рис. 3 товщина шару діелектрика $h = 0,005 \text{ м}$; внутрішній радіус $\eta = 0,001 \dots 0,1 \text{ м}$, а для рис. 4 $h = 0,001 \dots 0,1 \text{ м}$; $\eta = 0,001 \text{ м}$. Екстремуми в обох залежностях викликані тим, що при використанні циліндричних електродів співвідношення $r_2 / \eta = e$ забезпечує мінімум напруженості електричного поля в ізоляційному проміжку [10, с.67], що, в свою чергу, значно зменшує підігрівання ізоляції від діелектричних втрат, оскільки $P_d \sim$.

При незмінній товщині (рис. 3) збільшення внутрішнього радіуса ізоляції вешті призводить до певного насичення поверхневої і максимальної температури, коли зміна η не призводить до відчутних температурних змін. В свою чергу зміна товщини ізоляції (рис. 4) призводить до насичення тільки поверхневої температури, в той час як максимальна температура продовжує відчутно збільшуватись при збільшенні h .

Вплив сторонніх і внутрішніх (діелектричних) джерел теплоти на максимальну температуру ізоляції (на внутрішньому радіусі) в залежності від товщини ізоляційного слоя показано на рис. 5 і 6.

Розрахунки виконані при змінних значеннях частини параметрів: питомий потік потужності сторонніх джерел теплоти $p_S = 100 \dots 200 \text{ Вт/м}^2$ (рис. 5) і $p_S = 150 \text{ Вт/м}^2$ (рис. 6); лінійна густина діелектричних втрат $p'_0 = 0,2 \text{ Вт/м}$ (рис. 5) і $p'_0 = 0,005 \dots 0,5 \text{ Вт/м}$ (рис. 6); внутрішній радіус $\eta = 0,001 \text{ м}$; товщина слою діелектрика $h = 0,001 \dots 0,1 \text{ м}$.

В обох залежностях спостерігається мінімум максимальної температури ізоляції при оптимальній товщині, що забезпечує оптимальний тепловий режим ізоляції і електрообладнання в цілому. Вплив

сторонніх джерел теплоти на значення максимальної температури досить сильний, особливо при малих товщинах (рис. 5). Обриви ліній залежності на рис. 6 свідчать про неможливість існування усталеного теплового режиму при більших значеннях тепловиділення в ізоляції. Причому, при наближенні до цих режимів спостерігається різке зростання максимальної температури при незначному збільшенні лінійної густини діелектричних втрат. Діелектричні втрати, на відміну від сторонніх джерел теплоти (якщо не брати до уваги екстремум), більш-менш однаково впливають на максимальну температуру як при малих, так і при великих товщинах. До того ж на великих товщинах спостерігається незначне зменшення граничного значення лінійної густини діелектричних втрат, при якому ще можливий усталений тепловий режим. Це можна пояснити тим, що при збільшенні товщини збільшується об'єм ізоляції і, відповідно, сумарне виділення діелектричних втрат в електрообладнанні.

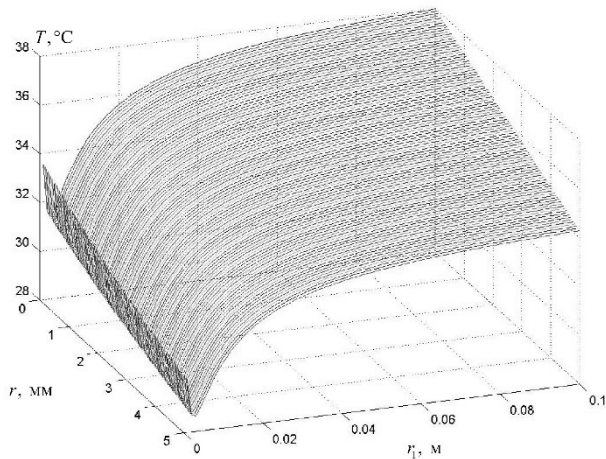


Рисунок 3 – Розподіл температури в циліндричному діелектрику в залежності від внутрішнього радіуса.

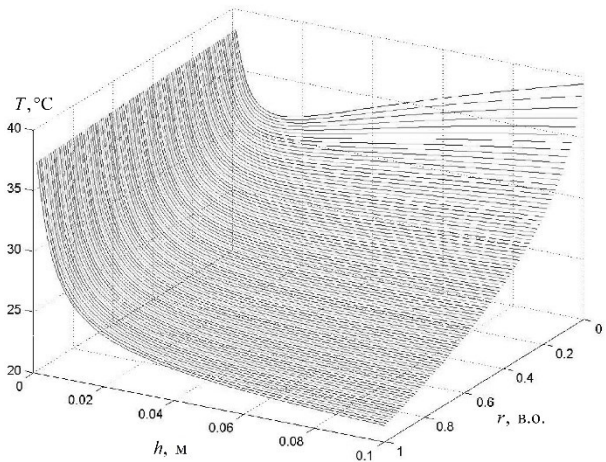


Рисунок 4 – Розподіл температури в циліндричному діелектрику в залежності від товщини.

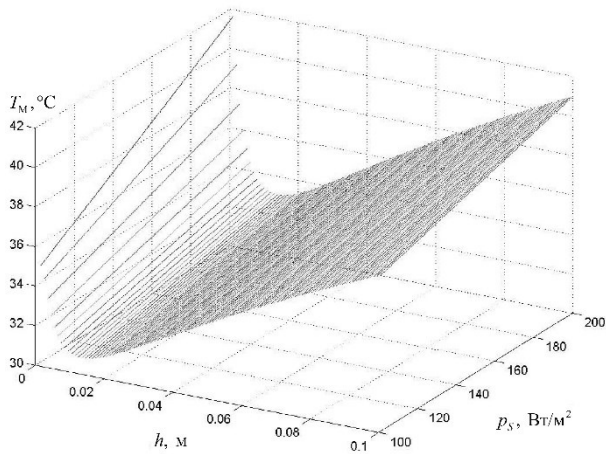


Рисунок 5 – Залежність максимальної температури в циліндричному діелектрику від h і p_S

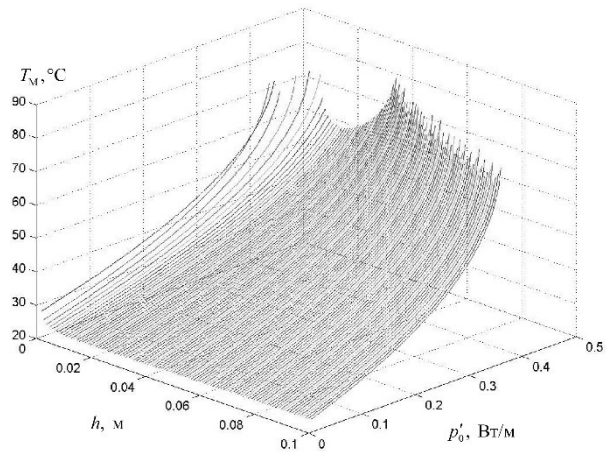


Рисунок 6 – Залежність максимальної температури в циліндричному діелектрику від h і p'_0

Висновки:

1. Отримано аналітичний вираз для розподілу температури в ізоляції циліндричної форми з врахуванням потоку теплоти від сторонніх джерел зі сторони внутрішнього радіуса і експоненційної залежності її $tg\delta$ від температури, що дозволить більш адекватно описувати розвиток процесів руйнування та спрацювання ресурсу високовольтної ізоляції електротехнічного обладнання, пов'язаних з тепловими режимами їх роботи.

2. Діелектричні втрати є визначальним режимним фактором для максимальної температури і загального температурного режиму циліндричної ізоляції і наближене їх обчислення без врахування температурозалежної зміни величини $tg\delta$ вздовж шару ізоляції, особливо при великих товщинах, де спостерігаються значні перепади температур, може стати причиною неточності розрахунків.

3. Сторонні джерела теплоти суттєво підвищують температуру циліндричної ізоляції, особливо при малих товщинах, про що свідчить розрахунок максимальної температури на її внутрішній поверхні, а значить впливають на спрацювання ресурсу ізоляції і на можливість її теплового пробоя.

4. На температурний режим циліндричної ізоляції електрообладнання значною мірою впливають її геометричні розміри, оскільки на всіх досліджених залежностях існує явно виражений мінімум при загальновідомому співвідношенні внутрішнього і зовнішнього радіусів циліндричної ізоляції.

Список використаної літератури

1. Г. И. Скани, Физика диэлектриков (область сильных полей). М.: Гос. изд., 1985.
2. С. Н. Койков, А. Н. Цикин, "Обобщение теории теплового пробоя твердых диэлектриков с учетом несимметричных условий охлаждения, тепловыделения в электродах и изменения активной проводимости по толщине образца." В сб.: Пробой диэлектриков и полупроводников, М.-Л.: Энергия, с. 277-284, 1964
3. J. J. O'Dwyer and B. L. Beers, "Thermal dielectric breakdown with cylindrical electrodes// Journal of Applied Physics" (ISSN 0021-8979), vol. 54, p. 4083-4086, July 1983. doi: 10.1063/1.332539
4. Э. Т. Ларина, Силовые кабели и кабельные линии: Учеб. пособие для вузов. М.: Энергоатомиздат, 1984.
5. Дмитриевский В. С. Расчет и конструирование электрической изоляции: Учеб. пособие для вузов. М.: Энергоиздат, 1981.
6. Д. И. Зализный, М. Н. Новиков, Н. М. Ходанович, А. Ю. Шутов, "Методика численного расчета нестационарных тепловых процессов в изоляции силового кабеля", Вестник Гомельского гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого, №4, с.86-95, 2010.
7. В. М. Кириленко, Чань Ван Тхань. "Распределение температуры в электротехническом материале при экспоненциально зависящем от температуры тепловыделении", Праці Інституту електродинаміки національної академії наук України. Електроенергетика, №2, с.200-205, 1999
8. Чан Ван Тхань. "Тепловой режим твердой электрической изоляции высоковольтного оборудования", дис. канд. наук, НТУУ «КПІ», Киев, 1999.
9. Э. М. Карташов, Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. М.: Высш. школа, 1985.
10. Г. С. Кучинский. и др. Изоляция установок высокого напряжения: Учебник для вузов. М.: Энергоатомиздат, 1987.

R. Vozhakov, Teaching Fellow, **ORCID ID** 0000-0001-8534-6227
V. Kyrylenko, Cand. Sc., Assoc. Prof., **ORCID ID** 0000-0002-6168-2469
National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

SUSTAINED TEMPERATURE DISTRIBUTION (SPREADING) IN CYLINDRICAL INSULATION IN THE PRESENCE OF EXTRANEIOUS SOURCES OF HEAT

The article is devoted to the consideration of the temperature conditions of the electrical insulation of a cylindrical shape in the presence of extraneous sources of heat. A brief analysis of the most common methods of calculation (modeling) of the sustained thermal conditions of insulation of electrical equipment is carried out. On the basis of the differential heat equation, which describes the thermal conditions of the physical body, the analytical expression of the transverse temperature distribution in the cylindrical dielectric layer for the exponential

temperature dependence of the dielectric losses on the electrical conductivity and the additional heating of the dielectric from extraneous heat sources was first discovered. The effect of power of dielectric losses and extraneous sources of heat, as well as geometrical sizes of insulation on the distribution of the sustained temperature along the dielectric and its maximum temperature is considered. The corresponding graphic dependences are presented. On its basis authors made conclusions about the influence of heating both on dielectric losses, and on extraneous sources of heat, as well as geometrical sizes of insulation on its temperature conditions.

Keywords: temperature distribution, cylindrical insulation, dielectric losses. extraneous sources of heat.

References

1. G. I. Skanavi, Physics of dielectrics (area of a strong field). M.: Gov. publ., 1985.
2. S. N. Koykov, F. N. Tsikin, " Generalization of the theory of thermal breakdown of solid dielectrics taking into account asymmetric cooling conditions, heat generation in electrodes and changes in the active conductivity through the specimen thickness." In the col.: Dielectric and semiconductor breakdown, M.-L.: Energiya, pp.277-284, 1964.
3. J. J. O'Dwyer and B. L. Beers, «Thermal dielectric breakdown with cylindrical electrodes// Journal of Applied Physics" (ISSN 0021-8979), vol. 54, pp. 4083-4086, July 1983. doi: 10.1063/1.332539
4. E. T. Larina, Power cables and cable lines: tutorial for a higher school. M.: Energoatomizdat, 1984
5. V. S. Dmitriyevskiy, Calculation and designing of electrical insulation. M.: Energoizdat, 1981.
6. D. I. Zaliznyy, M. N. Novikov, N. M. Khodanovich, A. YU. Shutov, "Method of numerical calculation of non-stationary heat processes in the insulation of a power cable" //P. O. Sukhoy Gomel gov. techn. un-ty Bulletin, vol.4, pp.86-95, 2010.
7. V. M. Kyrilenko, Chan' Van Tkhan'. "Temperature distribution in the electrotechnological material with calorification exponentially depended on temperature", Works of the Institute of electrodynamics of the national academy of science of Ukraine. Electric power engineering, vol.2, pp.200-205, 1999.
8. Chan Van Tkhan', "Heat conditions of solid electrical insulation of high voltage equipment", Ph.D. thesis, Dept. Electrical eng. NTUU "KPI". Kiev, 1999.
9. E. M. Kartashov, Analytical methods in the theory of thermal conductivity of solids. M.: Higher school, 1985.
10. G. S. Kuchinskiy i dr., Insulation of a high voltage plants. M.:Energoatomizdat.,1987.

Надійшла 21.01.2019
Received 21.01.2019