

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТЕПЛООБМІНУ В ПРОЦЕСІ КОНТАКТНОЇ МЕМБРАННОЇ ДИСТИЛЯЦІЇ

L.LADIEVA, R.DUBIK

MATHEMATICAL MODEL OF HEAT EXCHANGE DURING CONTACT MEMBRANE DISTILLATIONS

Анотація. В статті розглянуто процес контактної мембранної дистиляції, де основним елементом є гідрофобна порувата полімерна мембрана, що являє собою селективний бар'єр, через який проходять пари розчинника (води). Математична модель процесу включає систему рівнянь: нерозривності, Нав'є-Стокса, енергії і маси. Отримано розподіл швидкостей і температур по каналах мембранного модуля. З часом роботи продуктивність мембрани падає через пошкодження селективного шару мембран, неоднорідність пор різного діаметра, утворення шару осаду. Математична модель процесу контактної мембранної дистиляції може бути використана для постановки і розв'язання задач, що пов'язані з покращенням техніко-економічних показників установки, а також на етапі проектування нових установок для очистки стічних вод.

Ключові слова: математична модель, процеси теплообміну, контактна мембранна дистиляція.

Аннотация. В статье рассмотрен процесс контактной мембранной дистилляции, где основным элементом является гидрофобная пористая полимерная мембрана, что представляет собой селективный барьер, через которой проходят пары растворителя (воды). При помощи разряжения, что образцовывается около менисков пор мембраны со стороны горячего раствора, испаряются пары, которые диффундируют через слой воздуха в порах и

конденсируются на поверхности менисков со стороны холодного раствора. Разработана математическая модель процесса, которая включает систему уравнений: неразрывности, Навье-Стокса, энергии и массы. Получено распределение скоростей и температур по каналам мембранного модуля. На продуктивность процесса негативно влияют температурная и концентрационная поляризации. Со временем работы продуктивность мембраны падает из-за повреждения селективного слоя мембраны, неоднородность пор разного диаметра, образования слоя отложений. Математическая модель процесса контактной мембранной дистилляции может быть использована для постановки и решения задач, что связаны с улучшениями технико-экономических показателей установки, а также на этапе проектирования новых установок для очистки сточных вод.

Ключевые слова: математическая модель, процессы теплообмена, контактная мембранная дистилляция.

Annotation. This article describes the contact membrane distillation, where the main element is a hydrophobic porous polymer membrane, which is a selective barrier, through which pass a pair of solvent (water). With the help of low pressure that are formed near the meniscus of the membrane pores from the hot solution, evaporate pairs that diffuse through the layer of air in the pores and condense on the surface of the meniscus from the cold solution. A mathematical model of the process is developed. A mathematical model of the process includes a system of equations: continuity, Navier-Stokes, energy and mass. The distribution of velocity and temperature both have been gotten through the membrane module. The temperature and concentration polarization are negative affecting on the productivity of process. Over time, the work productivity of the membrane decreases due to damage to the selective layer of membrane heterogeneity has different diameters, formation of a layer of deposits. Mathematical model of the contact membrane distillation can be used for formulating and solving problems that are associated with improved technical and economic parameters setting, as well as the design stage of new facilities for sewage treatment.

Key words: mathematical model, processes of heat transfer, contact membrane distillations.

Вступ

Україна має обмежені запаси прісної води і майже втратила чисті поверхневі води. У водойми потрапляли неочищені стічні води, забруднення води за основними показниками сягає вище екологічно допустимих меж. У 80-ті роки минулого сторіччя задачі отримання чистої і високо чистої води з вод різної солоності, очистка стічних вод, концентрування солей з промивних вод почали вирішуватись за допомогою перспективного процесу контактно-мембранної дистилляції (КМД). Ефективність процесу може значно вирости при оптимізації цього процесу, вирішення якої неможливе без математичного моделювання. При моделюванні процесу основні проблеми пов'язані з складним характером тепло-масообміну через гідрофобну мембрану.

В статті розглянуто процес розділення сольових розчинів, де основним елементом є гідрофобна порувата полімерна мембрана, що являє собою селективний бар'єр, через який проходять пари розчинника (води). Більш нагрітий розчин (60...80°C), який складається з розчинника і розчиненого нелеткого компонента (солі) рухається з одного боку мембрани, з іншого рухається більш холодний (15...25°C) дистиллят з чистого розчинника. Завдяки розрідженню, що створюється біля менисків пор мембрани з боку гарячого розчину випаровується пара, яка дифундує крізь шар повітря в порах і конденсується на поверхні менисків з боку холодного розчину. Математична модель процесу КМД включає систему рівнянь: нерозривності, Нав'є-Стокса, енергії і маси.

В літературі досліджувались математичні моделі, в яких описується механізм тепло- та масопереносу. В цих моделях розглядається вплив на процес дифузійного переносу пари, який характеризується режимами течії: молекулярною, кнудсенівською і перехідним. Визначальним параметром режиму течії є співвідношення середньої довжини пробігу молекул і діаметра пор. Розроблені математичні моделі процесу КМД, які враховують вплив гідродинаміки течії розчину і дистилляту, розмірів і характеристик мембран, температурних режимів на питомий масовий потік пари через мембрану [1], температурної поляризації на продуктивність процесу [2], зміни проникності мембрани [3].

Механізм переносу тепла через мембрану з парою і через структуру мембрани описувався в граничних умовах для потоків розчину і дистилляту і без врахування зміни швидкості і температури пари в порах мембрани.

Постановка задачі

Систему рівнянь математичної моделі процесу КМД (рис.1) можна записати у вигляді системи рівнянь для розчину і дистилляту і системи рівнянь для потоку пари в мембрані.

Система рівнянь гідродинаміки і тепло- масообміну для потоків рідини в каналах, що включає рівняння нерозривності, руху, концентрації (для розчину солі) і тепло- масообміну:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \nabla(\rho \mathbf{V}) = 0; \\ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \tau} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{\mu}{\rho} \Delta \mathbf{V} + [\beta_T (T - T_0) + \beta_c (c - c_0)] \mathbf{g}_y; \\ \frac{\partial c}{\partial \tau} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) c = D_s \Delta c; \\ \frac{\partial T}{\partial \tau} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) T = \chi \Delta T + D_s (\nabla c \cdot \nabla T); \end{cases} \quad (1)$$

де $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ – оператор Гамільтона;

$\Delta = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$ – оператор Лапласа;

ρ – густина, кг/м³;

τ – час, с;

$\mathbf{V} = (u, v, w)$ – вектор швидкості, м/с (u, v, w – проекції швидкості на вісі Ox, Oy, Oz відповідно);

P – тиск, Па;

μ – коефіцієнт динамічної в'язкості, Па·с;

$\beta_T = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T}$ – коефіцієнт об'ємного температурного розширення, К⁻¹;

$\beta_c = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial c}$ – коефіцієнт об'ємного концентраційного розширення;

T_0 – температура навколишнього середовища, К;

c – концентрація солі, кг/кг;

c_0 – рівноважна концентрація;

g_y – прискорення вільного падіння, м/с²;

D_s – коефіцієнт дифузії, м²/с;

χ – коефіцієнт теплопроводності, м²/с.

Система рівнянь гідродинаміки і тепло- масообміну для потоку пари в мембрані, що включає рівняння нерозривності, руху з урахуванням закону Дарсі і тепло- масообміну:

$$\begin{cases} \gamma \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + K \nabla (\rho \mathbf{V}) = 0; \\ \gamma \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \tau} + K (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = \gamma \frac{J_w \mathbf{V}}{\delta \rho} + \frac{\mu_e}{\rho} K \Delta \mathbf{V} + \beta_T (T - T_0) \rho g_y; \\ \gamma \frac{\partial T}{\partial \tau} + K (\mathbf{V} \cdot \nabla) T = \chi_e K \Delta T; \end{cases} \quad (2)$$

де γ – коефіцієнт об'ємної поруватості мембрани;

K – коефіцієнт поверхневої поруватості мембрани;

J_w – проникність мембрани по пару, кг/(м²·с), ($1/J_w$ – коефіцієнт опору потоку пари у поруватому середовищі (мембрані), (м²·с)/кг);

μ_e – ефективний коефіцієнт динамічної в'язкості пари, Па·с;

χ_e – ефективний коефіцієнт теплопроводності пари, м²/с.

Для каналу з водним розчином солі ($NaCl$) розглядалися всі рівняння системи (1). При цьому всі властивості мають індекс I.

Для каналу з охолоджувальною водою (дистилятом) розглядаються три рівняння системи (1), крім рівняння концентрації. Всі властивості дистиляту мають індекс III. Причому $D_{s\text{III}} = 0, \beta_{c\text{III}} = 0$.

Для мембрани розглядається система рівнянь (2), всі властивості мембрани мають індекс II. Початкові умови:

$$\begin{cases} T(X) = T_0; \\ \mathbf{V}(X) = 0; \\ c(X) = c_0; \end{cases}$$

де $X(x, y, z) \in R^3$ – декартові координати, м.

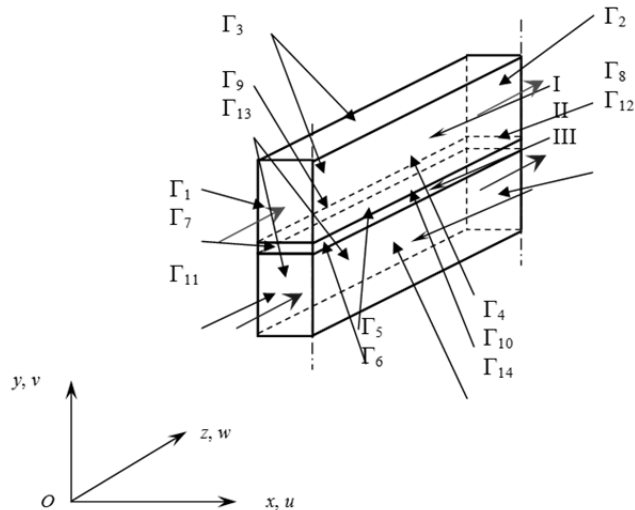


Рис. 1. Схема мембранного модуля:

I – канал водного розчину $NaCl$, II – мембрана, III – канал охолоджувальної води.

Границі для завдання граничних умов:

Канал I: Γ_1 – вхід; Γ_2 – вихід; Γ_3 – верх і бік каналу; Γ_4 – площина симетрії.

Мембрана II: Γ_5 – контакт мембрани з розчином; Γ_6 – контакт мембрани з охолоджувальною водою; Γ_7, Γ_8 – торці мембрани; Γ_9 – бік мембрани; Γ_{10} – площина симетрії.

Канал III: Γ_{11} – вхід; Γ_{12} – вихід; Γ_{13} – низ і бік каналу; Γ_{14} – площина симетрії.

Граничні умови (у відповідності до позначень меж на рис.1): (3)
вхідний переріз каналу з розчином

$$\Gamma_1 : \begin{cases} T = T_{inlet 1}; \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{V} = w_{inlet 1}; \\ c = c_{inlet}; \end{cases}$$

вихідний переріз каналу з розчином (адіабатні умови і статичний тиск)

$$\Gamma_2 : \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \nabla T = 0; \\ P = 0; \\ \mathbf{n} \cdot \nabla c = 0; \end{cases}$$

верхня і бічна сторони каналу з розчином (адіабатні умови і умови прилипання(змочуваності))

$$\Gamma_3 : \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \nabla T = 0; \\ \mathbf{V} = 0; \\ \mathbf{n} \cdot \nabla c = 0; \end{cases}$$

межа симетрії каналу з розчином

$$\Gamma_4 : \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \nabla T = 0; \\ \mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{V} = 0; \\ \mathbf{n} \cdot \nabla c = 0; \end{cases}$$

спільна межа каналу з розчином і мембраною

$$\Gamma_5 : \begin{cases} T_I = T_{II}; \\ \mathbf{n}(-\lambda_I \nabla T) - J_w r_w = \mathbf{n}(-\lambda_{eII} \nabla T); \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_I = \mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_{II}; \\ \mathbf{n}(-D_{sI} \nabla c) = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_{II}) c_w; \end{cases}$$

спільна межа мембрани і каналу з дистиллятом

$$\Gamma_6 : \begin{cases} T_{II} = T_{III}; \\ \mathbf{n}(-\lambda_{eII} \nabla T) + J_w r = \mathbf{n}(-\lambda_{III} \nabla T)_w; \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_{II} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_{III}; \end{cases}$$

торцеві і бічна сторони мембрани (адіабатні умови і умови прилипання)

$$\Gamma_7 - \Gamma_9 : \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \nabla T = 0; \\ \mathbf{V} = 0; \end{cases}$$

межа симетрії мембрани

$$\Gamma_{10} : \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \nabla T = 0; \\ \mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{V} = 0; \end{cases}$$

вхідний переріз каналу з дистиллятом

$$\Gamma_{11} : \begin{cases} T = T_{inlet III}; \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{V} = w_{inlet III}; \end{cases}$$

вихідний переріз каналу з розчином (адіабатні умови і статичний тиск)

$$\Gamma_{12} : \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \nabla T = 0; \\ P = 0; \end{cases}$$

нижня і бічна сторони каналу з дистиллятом (адіабатні умови і умови прилипання)

$$\Gamma_{13} : \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \nabla T = 0; \\ \mathbf{V} = 0; \end{cases}$$

межа симетрії каналу з дистиллятом

$$\Gamma_{14} : \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \nabla T = 0; \\ \mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{V} = 0; \end{cases}$$

де $T_{inlet I}$ – температура на вході в канал з водним розчином солі, К;

$w_{inlet I}$ – швидкість потоку на вході в канал з розчином, м/с;

c_{inlet} – концентрація солі на вході в канал;

\mathbf{n} – зовнішня нормаль до межі Γ ;

$\lambda_{e II}$ – ефективна теплопровідність потоку пари в мембрані, Вт/(м·К);

r_w – теплота пароутворення, Дж/кг;

c_w – концентрація пари у мембрані;

$T_{inlet III}$ – температура на вході в канал з дистиллятом, К;

$w_{inlet III}$ – швидкість дистилляту на вході в канал, м/с.

При розрахунку порувата структура мембрани представлялась системою паралельних капілярів однакою радіусом $r = 0,12 \cdot 10^{-6}$ м, довжиною мембранного модуля $l = 0,5$ м, товщиною мембрани $\delta = 0,4 \cdot 10^{-3}$ м, коефіцієнтами поруватості $\varepsilon = 0,8$ і звивистості $\gamma = 0,2$. Площа перерізу каналу мембрани складала $\bar{d} = 0,024$ м².

Система рівнянь (1) – (2) з граничними умовами (3) розв'язувалась числовим пошаровим методом.

Методика чисельного розв'язку

Методика чисельного розв'язку (1) – (3) побудована на основі методу кінцевих об'ємів (МКО) і алгоритмі сегрегації. В алгоритмі сегрегації основні рівняння розв'язуються послідовно. Цикл розв'язку відбувається ітераційно доти, поки не отримаємо збіжний числовий розв'язок.

Ітераційні кроки алгоритму сегрегації полягають в тому, що спочатку задані теплофізичні властивості розчину і дистилляту, градієнт тиску дорівнює нулю. Розв'язувались рівняння руху і знаходились швидкості U , V , W . Розв'язувались рівняння нерозривності і уточнювались ці швидкості. Потім з рівнянь руху визначались $\frac{\partial p}{\partial x}$, $\frac{\partial p}{\partial y}$, $\frac{\partial p}{\partial z}$. Далі розв'язувались рівняння енергії для розчину.

Аналогічно знаходився розподіл швидкостей і температури пари вздовж пори мембрани, потім розрахунок проводився для каналу дистилляту.

Знаходились питомі витрати пари для температур пари у менісках пор і розподіл концентрації солі у каналі розчину.

Результати чисельних експериментів

Розрахунки з визначення розподілу швидкостей і температур проведено при вихідних даних: температура розчину 333 К, дистилату– 303 К, концентрація розчину солі 0,1кг/кг, швидкість потоку розчину $w = 0,1$ м/с, коефіцієнт дифузії $D_s = 3,24 \cdot 10^{-5}$ м²/с, для визначення потоку пари J_w – коефіцієнт взаємної дифузії пари у повітрі $1,188 \cdot 10^{-5}$ м²/с. Результати розрахунків наведено на рис.2,3,4. На рис.2 показано розподіл температур у поперечному напрямку мембрани на різних відстанях від входу.

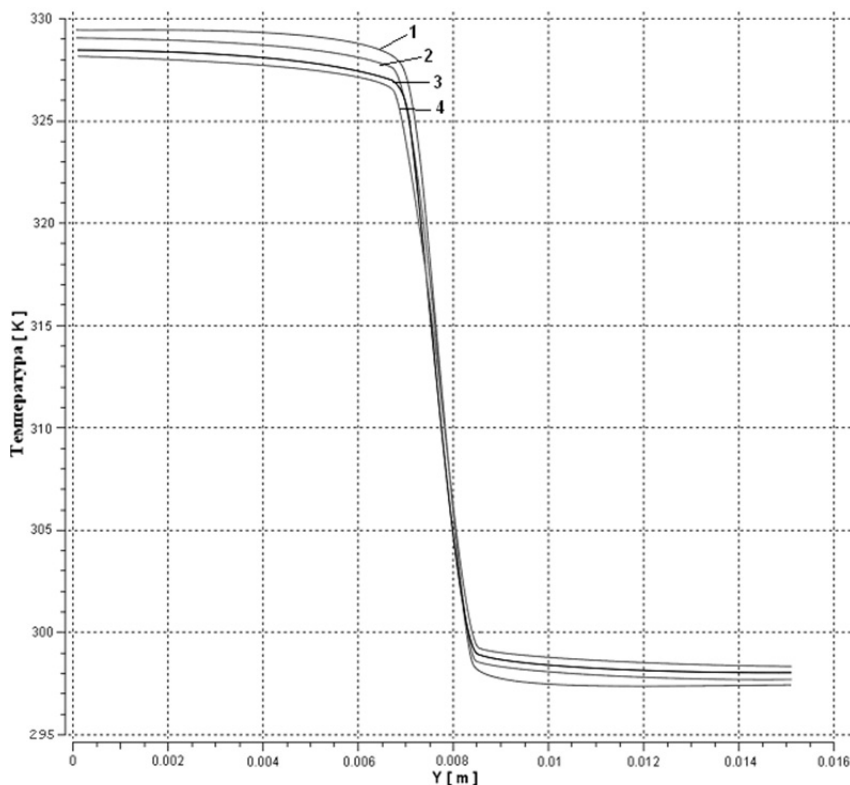


Рис.2. Розподіл температур по висоті мембранного модуля:

1– $z = 0,005$ м; 2– $z = 0,05$ м; 3– $z = 0,15$ м; 4– $z = 0,25$ м.

Як видно з рис.2, температура розчину у примембранних шарах відрізняється від об'ємної внаслідок теплопередачі через мембрану. Це явище отримало назву температурної поляризації. Як і концентраційна, температурна поляризація негативно впливає на продуктивність процесу внаслідок зниження температури розчину (тиску насичених парів) на поверхні випаровування і її збільшення на поверхні конденсації. По довжині каналу збільшується температурна поляризація, що призводить до зменшення температури на гарячій поверхні мембрани. Перепад температур на мембрані стає меншим і зменшується відбір пари. Завдяки цьому температура розчину у другій половині каналу зменшується повільніше. У зв'язку з масопереносом через мембрану витрати розчину на одиницю часу зменшуються і швидкість руху розчину вздовж каналу падає (рис.3).

Зменшити температурну поляризацію можна шляхом зміни гідродинамічних умов течії розчину в каналі модуля, тобто за рахунок збільшення швидкості подачі розчину і турбулізації примембранного шару. Теплопередача через мембрану здійснюється з потоком пари і за рахунок теплопередачі через порувату мембрану. Теплопередача через мембрану являє собою теплові втрати в процесі КМД і визначається коефіцієнтом теплопровідності композиційної структури поруватий полімер – газ. До інтенсифікації процесу призводить збільшення температури розчину на вході в мембранний модуль, що відбувається на етапі підготовки розчину.

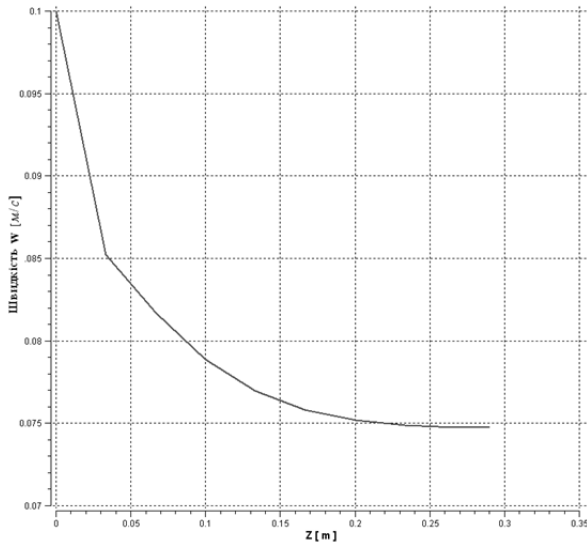


Рис. 3. Зміна швидкості руху розчину по довжині каналу мембранного модуля

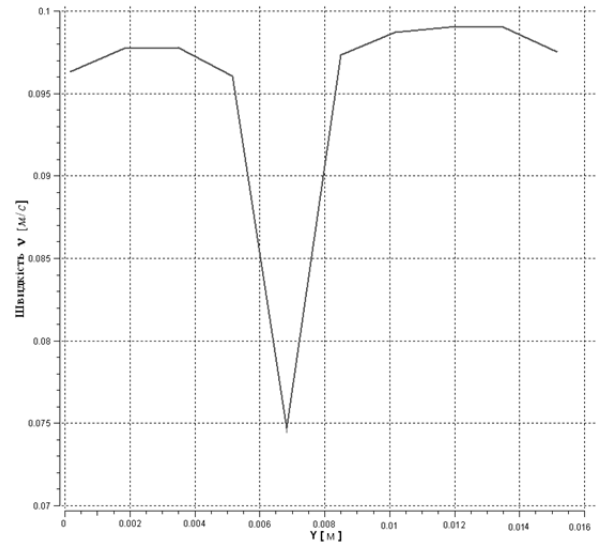


Рис. 4. Розподіл швидкостей розчину і дистилату по висоті каналів мембранного модуля $z=0,005$ м

Висновки

Розроблена математична модель процесу КМД. Отримано розподіл швидкостей і температур по каналах і мембрані модуля. На продуктивність процесу КМД негативно впливає температурна і концентраційна поляризації. З часом роботи продуктивність мембрани падає через пошкодження селективного шару мембран, неоднорідність пор різного діаметра, утворення шару осаду.

Математична модель процесу КМД може бути використана для постановки і розв'язання задач, що пов'язані з покращенням техніко-економічних показників установки КМД, а також на етапі проектування нових установок.

Література

1. Угровов В.В. Математическое моделирование процесса контактной мембранной дистилляции в проточном модуле // ТОХТ.–1994.–т.28, №4.–С.375–380.
2. Ладієва Л.Р. Математична модель процесу контактної мембранної дистилляції/Л.Р. Ладієва, О.А. Жулинський//Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы.–2004.–№2(14).–С.46–51.
3. Ладієва Л.Р. Математична модель динаміки процесу контактної мембранної дистилляції./Л.Р.Ладієва, О.А.Жулинський// Автоматизация виробничих процесів.–2005.–№1(20).–С.19–21.