ЕНЕРГЕТИЧНІ СИСТЕМИ ТА КОМПЛЕКСИ
ENERGY SYSTEMS AND COMPLEXES

УДК 621.314 **DOI 10.20535/1813-5420.2.2022.261371**

Н.В. Беленок, ст. викладач, ORCID 0000-0003-4242-5536
В.І. Чибеліс, канд. тех. наук, доц., ORCID 0000-0003-2235-9826
Л.Ю. Спінул, канд. тех. наук, доц., ORCID 0000-0002-4234-6072
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

БІКОМПЛЕКСНИЙ АНАЛІЗ ІНВАРІАНТНИХ СИСТЕМ ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ НА ОСНОВІ ВІДНОВЛЮВАНИХ ДЖЕРЕЛ ЕНЕРГІЇ

У роботі розглядається бікомплексне обчислення для розрахунку інваріантних систем електропостачання на основі відновлюваних джерел енергії (ВДЕ). Сучасні системи електропостачання на основі ВДЄ є нелінійними системами, в яких мають місце складні перехідні процеси та можливе виникнення критичних та хаотичних режимів. Вивчення структур гіперчислових систем, їхніх особливостей, методів обчислення й апроксимації елементарних функцій гіперкомплексної змінної дає змогу ефективно застосовувати такі системи при математичному моделюванні інваріантних систем електропостачання на основі ВДЕ. У деяких випадках застосування гіперчислових систем дає змогу замінити вихідну задачу еквівалентною, тобто побудувати бікомплексну модель розв'язку.

У якості вихідної системи було розглянуто систему комплексних чисел. При рекурентному подвоєнні системи отримані гіперчислові системи різних розмірностей з різними властивостями, що дало змогу присвоєння різних значень добуткам уявних одиниць. Доведено, що введення додаткових умов комутативності та асоціативності, що поширюються на дійсні числа та уявні одиниці, дає змогу конкретизувати вибір гіперчислової системи.

При аналізі нестаціонарних процесів інваріантних систем та дослідженні можливостей гіперчислових систем обґрунтовано доцільність вибору бікомплексного методу розрахунку при математичному моделюванні систем з багаторазовою модуляцією. Метод бікомплексного представлення передбачає пряме та зворотне бікомплексне перетворення, яке дозволяє отримати аналітично повне рішення щодо аналізу інваріантної системи електропостачання на основі ВДЕ. Розглянуто приклади використання бікомплексного інтегрального перетворення для аналізу систем із багатократною модуляцією, запропоновано застосування апарата гіперкомплексного числення для перетворення систем диференціальних рівнянь з метою їх спрощення або стиснення в одне рівняння. Показано, що використання гіперкомплексного числення дає змогу істотно зменшити обсяги оброблюваної інформації без зниження інформативності математичної моделі.

Запропоноване формулювання завдань у гіперкомплексному подані дозволило здійснити стиснення оброблювальної інформації та отримати компактний вираз для вихідного сигналу.

Ключові слова: *інваріантні системи, гіперкомплексні числові системи, бікомплексне обчислення, відновлювальні джерела енергії.*

Вступ. Бурхливе зростання ринку систем, що використовують відновлювані джерела енергії на перший план висувають проблему підвищення системної енергоефективності «джерело енергії – навантаження». Це є важливим як при безпосередньому зв'язку джерел електроживлення зі споживачами, так і при використанні вторинних джерел електроживлення.

Внаслідок об'єднання різнотипних відновлюваних джерел енергії у автономну електричну систему виникає як проблема керування їх сумісною роботою, так і забезпечення максимальної ефективності перетворення первинної енергії.

Зокрема, гармонійні спотворення є однією з найголовніших проблем, які необхідно мати на увазі при збільшенні числа ВДЕ. Для розв'язання таких завдань необхідно оперативно враховувати зміни параметрів навколишнього середовища, режими електроспоживання тощо.

Вивчення структур гіперчислових систем (ГЧС), їх особливостей, методів обчислення та апроксимації елементарних функцій гіперкомплексної змінної дає можливість застосування таких систем для аналізу та розрахунку параметрів перетворювальних пристроїв з багатократною модуляцією при використанні у автономних об'єктах (АО) відновлюваної енергетики. У деяких випадках застосування ГЧС дає змогу замінити вихідну задачу еквівалентною, тобто побудувати квазіаналогову модель розв'язку [1-7].

Для ефективного моделювання розв'язку задач, що стосуються перетворювальних пристроїв для використання у відновлюваних джерелах енергії (ВДЕ), у гіперкомплексній числовій системі необхідно знати дійсний вигляд функцій у цій системі, тобто вигляд складових функцій гіперкомплексної змінної.

Короткий огляд публікацій по темі. На сьогодні відома достатньо велика кількість робіт, присвячених розробці та використанню відновлюваних джерел енергії. Слід відзначити роботи Шидловського А.К., Кириленко О.В., Пивняка Г.Г., Кудрі С.О., Рєзцова В.Ф., Васько П.Ф., Гаєвського О.Ю, Головка В.М., Бєкірова Є.А., Мхітаряна Н.М., Бьюб Р., Твайделла Д., Фаренбруха А.

Мета дослідження полягає у розвитку теорії побудови інваріантних систем електропостачання на основі відновлюваних джерел енергії; створення на її принципах багатофункціональних перетворювальних пристроїв автономних об'єктів і бікомплексний розрахунок алгоритмів керування ними, що забезпечують високу якість вихідної електроенергії в умовах дії впливових збурень.

Матеріали та методи. Стаття ґрунтується на публікаціях, де розглянуті гіперкомплексні системи числення, в тому числі бікомплексне перетворення. Застосовуються методи аналізу та розрахунку вихідного сигналу.

Виклад основного матеріалу. Відсутність єдиного теоретичного й методологічного підходу до аналізу інваріантних систем електропостачання із заданими характеристиками функціонування значно ускладнює завдання їхньої розробки. Використання теорії інваріантності при побудові систем модуляційного типу ускладняється нелінійністю дискретних систем автоматичного керування, якими є сучасні системи електропостачання на основі відновлюваних джерел енергії.

При розв'язанні цілого ряду практичних завдань поряд з комплексними числами широко застосовуються числові системи з кількома уявними одиницями, так звані гіперкомплексні числові системи. Це обумовлено тим, що формулювання завдань у гіперкомплексному поданні досить перспективне з погляду більш раціонального розв'язування деяких алгебраїчних і диференціальних рівнянь і систем, оскільки дає змогу здійснити стискання оброблюваної інформації й одержати інформаційно повний розв'язок. Крім того, формування математичної моделі об'єкта з використанням гіперкомплексних чисел забезпечує більш адекватний опис досліджуваного процесу.

Вихідною числовою системою для узагальнення є відома система комплексних чисел. Таке узагальнення може здійснюватися, принаймні, у двох напрямках:

- за допомогою рекурентної процедури подвоєння системи комплексних чисел;
- за допомогою аксіоматичного визначення ГЧС.

У такий спосіб можуть бути отримані ГЧС різних розмірностей з різними властивостями, що обумовлено можливістю присвоєння різних значень добуткам уявних одиниць.

Залежно від співвідношень між структурними константами ГЧС може бути комутативна

$$\gamma_{ke}^{j} = \gamma_{ek}^{j},$$

тобто структурні константи симетричні щодо головної діагоналі таблиці закону композиції. Якщо

$$\sum_{m=1}^{n} \gamma_{ke}^{m} \gamma_{mt}^{p} = \sum_{m=1}^{n} \gamma_{et}^{m} \gamma_{km}^{p} ,$$

то ГЧС є асоціативною.

При цьому комутативність й асоціативність поширюються як на уявні одиниці, так і на дійсні числа ГЧС. Набір уявних одиниць конкретної ГЧС називається *базисом* ГЧС:

$$I = (i_1, i_2, \dots i_n).$$

Розглянемо інший базис $I = (j_1, j_2, \dots j_n)$. Якщо існує таке лінійне невироджене перетворення A, що перетворить базис I у базис J, тобто $I = A \cdot J, |A| \neq 0$, такі ГЧС називаються *ізоморфними*. Ізоморфні ГЧС мають однакові теоретико-числові властивості. Однією з основних властивостей дійсних чисел є відсутність дільників нуля, тобто з рівності $a \cdot b = 0$ треба, щоб або $a = 0$, або $b = 0$, або $a = b = 0$. Однак більшість ГЧС таких властивостей не має, тобто може виконуватися рівність $a \cdot b = 0$ при $a \neq 0, b \neq 0$, а ГЧС має дільники нуля.

Наприклад, система комплексних чисел − комутативно-асоціативна система другого порядку без дільників нуля, закон композиції якої представлено табл.1. Крім комплексних чисел до ГЧС другого порядку належать системи дуальних і подвійних чисел [3].

Таблиця 1. Закон композиції системи комплексних чисел

	1	i
1	1	i
i	i	-1

Розглянемо більш детально вираз для комутаційної функції, що зводиться до вигляду

$$Ce^{i\alpha}e^{j\beta} = C(\cos\alpha + i\sin\alpha)(\cos\beta + j\sin\beta) = C\cos\alpha\cos\beta + jC\cos\alpha\sin\beta + \\ +iC\sin\alpha\cos\beta + jiC\sin\alpha\sin\beta = a + i_1 b + i_2 c + i_3 d.$$

У результаті отримано гіперкомплексне число четвертого порядку. Однак кількість класів ізоморфізмів ГЧС четвертого порядку досить велика (квадриплексні числа, комплекс Клейна, кватерніони), тому для вибору ГЧС необхідна постановка додаткових умов [3]. Такими умовами, вочевидь, можуть бути комутативність й асоціативність ГЧС.

Алгоритми координатно-параметричного керування в інваріантних перетворювальних системах спричинили серйозні труднощі при аналізі нестаціонарних процесів у пристроях із багаторазовою модуляцією, що працюють з ВДЕ. З метою вирішення даного завдання, вибір ГЧС зводиться до бікомплексних чисел, за аналогією з класичним комплексним числом, яке має алгебраїчну конструкцію вигляду

$$z = x_1 + ix_2 + jx_3 + kx_4 = \sum_{m=1}^{4} e_m x_m \tag{1}$$

де $(x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4)^{\Upsilon} \in R^4$ – точка евклідового простору. У табл.2 наведено множення Келі базисних елементів цієї групи.

Таблиця 2. множення Келі

e_m \ e_m	1	*i*	*j*	*k*
1	1	*i*	*j*	*k*
i	*i*	-1	*k*	-*j*
j	*j*	*k*	-1	-*i*
k	*k*	-*j*	-*i*	1

Координати точки вихідного евклідового простору, тобто дійсні множники при $1, i, j, k$, назвемо «компонентами» бікомплексу. Отже, прийнята у визначенні таблиця відрізняється від відповідної таблиці для кватерніонів (гіперкомплексних чисел) тим, що у цьому випадку множення комутативне.

Зазначимо, що i_1, i_2 – уявні одиниці, для яких $i_1^2 = i_2^2 = -1$, однак $i_1 \neq \pm i_2$, а $i_3 = i_1 \cdot i_2$, причому $i_3^2 = 1$, $i_3 \neq \pm 1$. Бікомплексні числа можуть бути отримані комутативним подвоєнням поля комплексних чисел комплексними числами.

Необхідне введеня умов додавання й множення двох бікомплексів. Сумою двох бікомплексів *a* і *b* називається бікомплексне число, отримане за правилом покомпонентного додавання:

$$(a = a_1 + ia_2 + ja_3 + ka_4) + (b = b_1 + ib_2 + jb_3 + kb_4) \Rightarrow \\ \Rightarrow a + b = (a_1 + b_1) + i(a_2 + b_2) + j(a_3 + b_3) + k(a_3 + b_3).$$

Добутком двох бікомплексів *a* і *b* називається бікомплексне число, отримане за правилом, що випливає з таблиці Келі для елементів Р-групи:

$$(a = a_1 + ia_2 + ja_3 + ka_4) \cdot (b = b_1 + ib_2 + jb_3 + kb_4) \Rightarrow \\ \Rightarrow ab = (a_1b_1 - a_2b_2 - a_3b_3 + a_4b_4) + i(a_2b_1 + a_1b_2 - a_4b_3 - a_3b_4) + \\ +j(a_3b_1 - a_4b_2 + a_1b_3 - a_2b_4) + k(a_4b_1 + a_3b_2 + a_2b_3 + a_1b_4).$$

Сукупність різних бікомплексів (утворююча комутативне кільце з одиницею щодо операцій додавання й множення) є «бікомплексним простором».

Користуючись алгеброю бікомплексного перетворення, розглянемо додаток ГЧС до дослідження перетворювальних пристроїв із багатократною модуляцією для інваріантних систем на основі ВДЕ.

З точки зору виконання умов інваріантності, доведено, що єдиним варіантом створення структурно-інваріантної перетворювальної системи є послідовне з'єднання модулятора та демодулятора у силовому тракті. Система на основі інформації про вхідну, вихідну напругу та збурюючи впливи, формує комутаційну функцію $\overline{Q}(t)$. Для отримання комутаційної функції $\overline{Q}(t)$ скористаємося формулою Ейлера та приведемо тригонометричний ряд Фур'є до комплексної форми

$$\overline{Q}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_{(2k-1)} \cdot e^{j(2k-1)\omega t} \Big/ \sum_{n=1}^{\infty} C_{(2n-1)} \cdot e^{i(2n-1)\Omega t} \tag{2}$$

де *i, j* – різні уявні одиниці, що відповідають різним частотам *Ω* і *ω*. Таким чином, комутаційна функція в загальному вигляді може бути представлена добутком двох різних за частотою функцій:

$$\overline{Q}(t) = a(\omega t) \cdot b(\Omega t) \tag{3}$$

Здійснивши комплексне перетворення для складових функцій виразу (3), одержимо

$$\left.\begin{aligned} a(t) \doteqdot \dot{A}_k = a_{\mathrm{m}}\cos\alpha_{\mathrm{m}} + ia_{\mathrm{m}}\sin\alpha_{\mathrm{m}} \\ b(t) \doteqdot \dot{B}_k = b_k\cos\beta_k + jb_k\sin\beta_k, \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

де *m, k* – номери гармоніки для *ω* і *Ω* ; *i, j* – різні уявні одиниці, що відповідають різним частотам *ω* і *Ω*;

$$\left.\begin{aligned} a_{\mathrm{m}}\sin\alpha_{\mathrm{m}} &= \frac{\omega}{\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} a(t)cosm\omega tdt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a(\varphi/\omega)cosm\varphi d\varphi\,; \\ a_{\mathrm{m}}\cos\alpha_{\mathrm{m}} &= \frac{\omega}{\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} a(t)sinm\omega tdt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} a(\varphi/\omega)sinm\varphi d\varphi\,; \\ b_{\mathrm{k}}\sin\beta_{\mathrm{k}} &= \frac{\Omega}{\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} b(t)cosk\Omega tdt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} b(\lambda/\Omega)cosk\lambda d\lambda; \\ b_{\mathrm{k}}\cos\beta_{\mathrm{k}} &= \frac{\Omega}{\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} b(t)sink\Omega tdt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} b(\lambda/\Omega)sink\lambda d\lambda, \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

при чому $\varphi = \omega t, \lambda = \Omega t$.

Підставивши вирази (5) в (4), після перемноження $\dot{A}_k$ та $\dot{B}_k$ з урахуванням формули Ейлера одержимо інтегральне перетворення, яке назвемо бікомплексним перетворенням:

$$Q_{mk} = \dot{A}_m\dot{B}_k = \frac{1}{\pi^2} ij\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} a(\varphi/\omega)\times b(\lambda/\Omega)e^{-im\varphi}e^{-jk\lambda}d\varphi d\lambda \quad (6)$$

Отримане перетворення є прямим бікомплексним перетворенням.

Обернене бікомплексне перетворення введемо таким чином:

$$Q(t) = Q(\varphi/\omega, \lambda/\Omega) = \frac{1}{4ij}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\dot{Q}_{mk}e^{im\varphi}e^{jk\lambda} \quad (7)$$

З урахуванням виразу (6) отримаємо повне бікомплексне перетворення в інтегральній формі:

$$Q(t) = \frac{1}{4\pi^2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi+jk\lambda}\cdot\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} a(\varphi/\omega)\times b(\lambda/\Omega)e^{-im\varphi}e^{-jk\lambda}d\varphi d\lambda \quad (8)$$

Бікомплексне перетворення позначимо оператором $\Gamma_{m,k}[Q(t)] = \dot{Q}_{mk}$ або $\dot{Q}_{mk} \doteqdot Q(t)$, тобто вводимо поняття оригіналу й зображення біокомплексної функції.

Зазначимо, що з урахуванням викладеного, відоме комплексне перетворення є частковим випадком бікомплексного, оскільки при постійних $a(t)$ або $b(t)$, коли $m = 0$ або $k = 0$, введені інтегральні перетворення (6) − (8) стають рівними з точністю до постійних співмножників $2i$ або $2j$ відомим виразам комплексного перетворення періодичних функцій [1].

Користуючись основними правилами алгебри бікомплексного перетворення та бікомплексними зображеннями векторних функцій, зображення $Ce^{i\alpha}e^{j\beta}$ назвемо бікомплексною амплітудою гіпергармонічної функції $C\sin(\omega t + \alpha)\sin(\Omega t + \beta)$, а величину $i\omega + j\Omega = \omega_0$ − бікомплексною узагальненою частотою. Роль цих величин при дослідженні систем з багатократною модуляцією аналогічна ролі комплексних амплітуди й частоти при розрахунку електричних кіл з гармонічними напругами й струмами однієї частоти.

Аналогічні поняття вводяться й для m, k – гіпергармонічної складової функції $Q(t)$.

Геометричну інтерпретацію гіпергармонічної функції можна ввести вектором $\bar{C}$, що обертається з кутовою швидкістю Ω у системі координат $X_1 0 Y_1$, яка у свою чергу обертається з кутовою швидкістю ω у нерухомій системі координат $X0Y$ (рис. 1), звідки випливає, що проекція $mod[\bar{C}_4]$ на вісь $0X$ проекції $mod[\bar{C}_3 + \bar{C}_4]$ вектора $\bar{C}$ на вісь $0Y_1$ дорівнює $Csin(\omega t + \alpha)\cdot\sin(\Omega t + \beta)$.

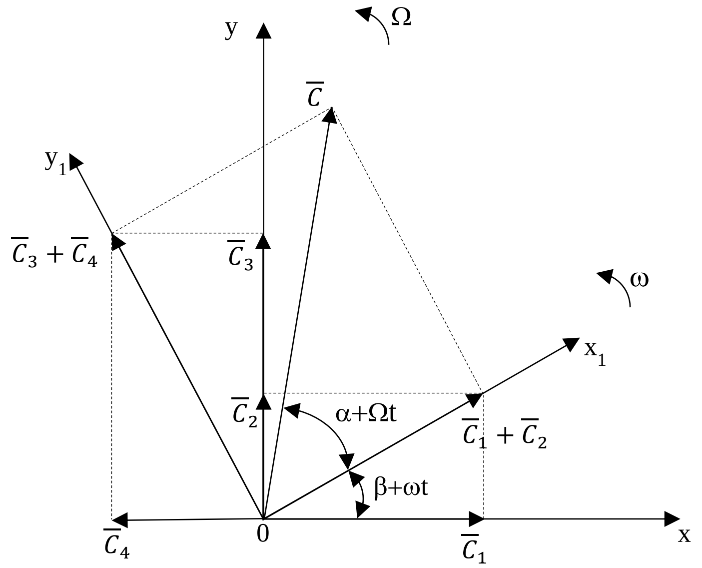

Рисунок 1 - Геометрична інтерпретація гіпергармонічної функції

Розглянуту площину можна вважати бікомплексною, якщо покласти, що осі $0X$ й $0Y$ відповідають дійсній (1) і уявній (i_1) осям площини $X0Y$ і дійсній (i_3) і уявній (i_2) осям площини X_10Y_1. Тоді вектор $\bar{C}$ відповідає бікомплексній функції

$$\dot{C}(t) = C \cdot e^{i(\omega t+\alpha)} e^{j(\Omega t+\beta)} = C\cos(\omega t + \alpha) \cdot \cos(\Omega t + \beta) +$$
$$+ i_1 C\cos(\omega t + \alpha) \sin(\Omega t + \beta) + i_2 C\sin(\omega t + \alpha) \cos(\Omega t + \beta) +$$
$$+ i_3 C\sin(\omega t + \alpha) \sin(\Omega t + \beta) = mod[\bar{C}_1] + i_1 mod[\bar{C}_2] + i_2 mod[\bar{C}_3] + i_3 mod[\bar{C}_4] \quad (9)$$

При цьому бікомплексна амплітуда $\dot{C} = \dot{C}(t)_{|t=0}$ визначиться початковим положенням вектору $\bar{C}$. Це випливає з рис. 1, оскільки при $t=0$

$$mod[\bar{C}_1] = a, mod[\bar{C}_2] = b, mod[\bar{C}_3] = c, mod[\bar{C}_4] = d.$$

Такий зв'язок бікомплексних величин і вектору $\bar{C}$ має місце лише при $a \cdot d = b \cdot c$.

У загальному випадку, коли $a \cdot d \neq b \cdot c$, вектор $\bar{C}$ відповідає сумі векторів $\bar{C}_1$ і $\bar{C}_2$ (рис. 2), які являють собою бікомплексні величини $\dot{C}_1$ та $\dot{C}_2$. Крім того, з рис. 2 можна бачити як здійснюється зворотний процес визначення $\dot{C}_1$ та $\dot{C}_2$, якщо відомо вектор $\bar{C}$, який відповідає бікомплексній величині $\dot{C}$ загального вигляду.

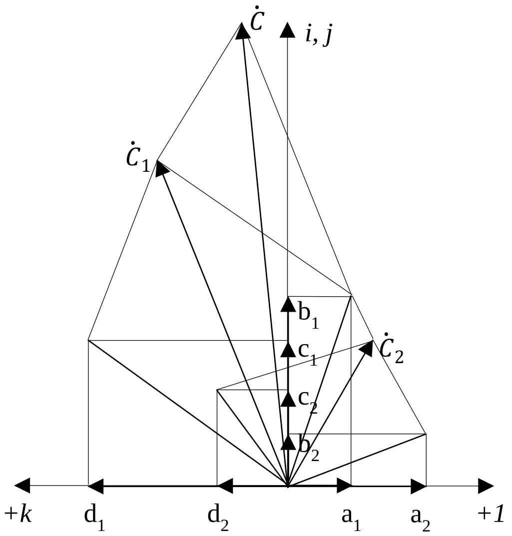

Рисунок 2 - Загальний випадок складових бікомплексної величини

Запропонований метод бікомплексного числення можна вважати узагальненням на більш абстрактному рівні відомого інтегрального символічного числення на область функцій гіперкомплексної змінної.

Користуючись конкретними співвідношеннями бікомплексного перетворення можна аналізувати вихідну напругу перетворювального пристрою із багаторазовою модуляцією і здійснювати моделювання систем електроживлення.

На основі проведених теоретичних досліджень розроблено ряд ПП із багаторазовою модуляцією та адаптивним координатно-параметричним керуванням у складі системи електропостачання з ВДЕ, які передбачають формування заданої вихідної напруги довільної форми з необхідною точністю за умови забезпечення інваріантності вихідних координат ПП до виду перетворюваної електроенергії на виході первинної системи з ВДЕ, а також до впливових координатно-параметричних збурень

Для аналізу за допомогою бікомплексного числення структури перетворювальних пристроїв із багатократною модуляцією для ВДЕ розглянемо більш детально вираз для комутаційної функції.

У загальному вигляді вираз (2) має вигляд

$$\overline{Q}(t) = \frac{\frac{4}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\left\{\frac{(-1)^{k-1}}{2k-1}\sum_{l=1}^{N}[g_l' \cos(2l-1)\alpha_l']\right\}\cdot\cos(2k-1)\omega t}{\frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}\sum_{l=1}^{N}[g_l \cos(2l-1)\alpha_l]\right\}\cdot\cos(2n-1)\Omega t} \quad (10)$$

Відомо [1], що поліноми від l у виразі (10) можуть бути представлені в замкнутій формі:

$$\sum_{l=1}^{N} \cos(2l-1)\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin 2N\alpha}{\sin \alpha} \quad (11)$$

Тоді вираз (10) запишеться у вигляді

$$\overline{Q}(t) = \frac{\frac{g_l' \sin 2N\alpha_l'}{\sin \alpha_l'}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k-1}}{2k-1}\cos(2k-1)\omega t}{\frac{g_l \sin 2N\alpha_l}{\sin \alpha_l}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}\cos(2n-1)\Omega t} \quad (12)$$

Перетворимо останній вираз до вигляду

$$\overline{Q}(t) = \frac{Д_{n,k}\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}\cos(2k-1)\omega t}{\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\cos(2n-1)\Omega t} \quad (13)$$

де $Д_{n,k} = \frac{g_l' \sin 2N\alpha_l'}{\sin \alpha_l'} / \frac{g_l \sin 2N\alpha_l}{\sin \alpha_l}$

З метою подальшого спрощення виразу (13) представимо його знаменник для миттєвого значення аргументу у вигляді

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\cdot\cos(2n-1)x = \frac{1}{2}\sec x \quad (14)$$

Помножимо чисельник і знаменник виразу (13) на $\cos\Omega t$. Тоді з урахуванням того, що $(\cos x \cdot \sec x = 1)$, і повертаючись до комплексної форми представлення рядів, отримаємо вираз (13) у вигляді

$$\bar{Q}(t) = Д_{n,k}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}e^{i(2n-1)\omega t}\times\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k-1}}{2k-1}e^{j(2k-1)\Omega t} \quad (15)$$

Отримаємо вихідний сигнал перетворювального пристрою із багатократною модуляцією в бікомплексній формі може бути представлено виразом

$$\dot{U}_{вих} = Д_{n,k}\dot{F}(i\Omega)\cdot\frac{1}{4ij}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\dot{f}(jk\omega)\cdot\dot{F}(in\Omega) \quad (16)$$

де узагальнена бікомплексна частота відповідає $(i + jq)\Omega,\ q = \omega/\Omega$.

Висновки. При дослідженні особливостей побудови, основних характеристик й можливостей застосування ГЧС, доведено доцільність використання ГЧС при математичному моделюванні ПС із багатократною модуляцією. Обґрунтовано вибір системи бікомплексних чисел, що представляють собою комутативне подвоєння поля комплексних чисел комплексними числами.

Користуючись основними правилами алгебри бікомплексного перетворення та бікомплексними зображеннями векторних функцій, можна аналізувати вихідний сигнал інваріантних систем енергопостачання на основі відновлюваних джерел енергії для різних форм вхідного впливу.

Одним з досить перспективних застосувань гіперкомплексного вирахування є перетворення систем диференціальних рівнянь з метою спрощення або стиснення в одне рівняння. Тобто, загальне завдання перетворення може бути сформульовано в такий спосіб: за системою диференціальних рівнянь необхідно знайти таку гіперчислову систему, за допомогою якої вихідну систему можна стиснути в одне рівняння, розв'язок якого можна записати в аналітичному вигляді [8,9].

Встановлено, що використання гіперкомплексного числення дає змогу істотно зменшити обсяги оброблюваної інформації без зниження інформативності математичної моделі.

Список використаної літератури

1.Касандров В.В. Алгебродинамика: кватернионы, твисторы, частицы. Вестник РУДН. Серия: Физика. 2000. Выпуск 8(1). С. 34-45.

2.Смолин А.Л. Гиперкомплексные преобразования Лоренца, эфир и остальная физика. Диалог-МГУ. 1999. 105с.

3.Топпан Ф. Алгебра с делением, суперсимметрии и октонионная М-теория. Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. № 02(2). 2004. С. 112-129.

4.Balan V. Spectral properties and applications of numerical multilinear algebra of m-root structures. *Hypercomplex Numbers in Geometry and Physics,2* (10). v. 5, p. 101-107. 2008.

5.Goldberg D.E. Genetic algorithms and Walsh *functions. Complex systems.* 1989. №3(2). pp. 129-171.

6.Ludkovsky S.V. Quasi-conformal functions of quaternion and octonion variables, their integral transformations. 2008. *Far East Journal of Mathematical Science (FJMS)* 28, 1. pp. 37- 88.

7.Smirnov V.S., Samkov A.V., Bulgach T.V. Theoretical and methodological Aspects of Intensive-converter system of Telecommunication complex organization. Mathematical simulation in electrotecnics, electronics, electroenergetics. 2006. Lviv. Lvivska poleticnica. P.482.

8. Смирнов В.С., Лизанец В.В., Самков А.В., Беленок Н.В., Иваниченко Е.В. Концептуальные основы построения усилительно-преобразовательных систем телекоммуникационного оборудования для фотоэнергетики. Матеріали МНТК «Відновлювана енергетика XXI століття». 2016. К. ІВЕ НАНУ. 29-30 вересня. С.286-290.

9. Смирнов В. С., Беленок Н. В., Иваниченко Е. В. Теоретические основы организации структурно-инвариантных преобразовательных систем автономных объектов для возобновляемой энергетики. «Відновлювана енергетика» 2016. ІВЕ НАНУ. № 4(47). С.20-29.

N.V. Belenok, Senior Teacher, ORCID 0000-0003-4242-5536
V.I .Chibelis, Cand. Sc., Assoc. Prof, ORCID 0000-0002-4234-6072
L.Yu. Spinul, Cand. Sc., Assoc. Prof, ORCID 0000-0002-4234-6072
National Technical University Of Ukraine
«Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

BICOMPLEX ANALYSIS OF INVARIENT POWER SUPPLY SYSTEMS BASED ON RENEWABLE ENERGY SOURCES

The article considers a bicomplex calculation for calculating the invariant power supply systems based on renewable energy sources. Modern energy supply systems based on renewable energy sources have non-linear systems with complex transients and possible critical and chaotic regimes. The study of structures of hypernumerical systems, their features, methods of calculation and approximation of the elementary functions of a hypercomplex variable allows to effectively apply such systems in mathematical modelling of invariant power supply systems based on renewable energy sources. In some cases, the use of hypernumerical systems makes it possible to replace the original problem with an equivalent one, that is to build a bicomplex solution model.
The system of complex numbers was considered as the initial system. With recurrent doubling of the system, hypernumerical systems of different dimensions with different properties were obtained, which made it possible to assign different values to the products of imaginary units. It is proved that the introduction of additional conditions of commutativity and associativity, which apply to real numbers and imaginary units, allows to specify the choice of a hypernumerical system.

In the analysis of nonstationary processes of invariant systems and the study of the possibilities of hypernumerical systems, the expediency of choosing a bicomplex calculation method in mathematical modelling of systems with multiple modulation is substantiated. The method of bicomplex representation involves direct and inverse bicomplex transformation, which allows obtaining an analytically complete solution for the analysis of an invariant power supply system based on renewable energy sources. Examples of the use of bicomplex integral transformation for the analysis of systems with multiple modulation are considered. The application of the hypercomplex calculus apparatus for the transformation of systems of differential equations is proposed to simplify or compress them into one equation. It is shown that the use of hypercomplex calculus allows to significantly reduce the amount of processed information without reducing the informativeness of the mathematical model.

The proposed formulation of tasks in a hypercomplex view allowed to compress the processing information and obtain a compact vortex for the output signal.

Keywords: *invariant systems, hypercomplex numerical systems, bicomplex analysis, renewable energy sources.*

References

1.Kasandrov V.V. Algebrodynamics: quaternions, twistors, particles. Bulletin Rossiiskogo Universiteta Druzhby Narodov. Seriya: Physics. 2000. Vyp. 8(1). pp. 34-45.

2.Smolin A.L. Hypercomplex Lorentz transformations, ether and the rest of physics. Dialog-MSU. 1999. 105p.

3.Toppan F. Division algebra, supersymmetries and octonionic M-theory. Hypercomplex numbers in geometry and physics. № 02(2). 2004. pp.112-129.

4.Balan V. Spectral properties and applications of numerical multilinear algebra of m-root structures. *Hypercomplex Numbers in Geometry and Physics,2* (10). v. 5, p. 101-107. 2008.

5.Goldberg D.E. Genetic algorithms and Walsh *functions. Complex systems.* 1989. №3(2). pp. 129-171.

6.Ludkovsky S.V. Quasi-conformal functions of quaternion and octonion variables, their integral transformations. 2008. *Far East Journal of Mathematical Science (FJMS)* 28, 1. pp. 37- 88.

7.Smirnov V.S., Samkov A.V., Bulgach T.V. Theoretical and methodological Aspects of Intensive-converter system of Telecommunication complex organization. Mathematical simulation in electrotecnics, electronics, electroenergetics. 2006. Lviv. Lvivska poleticnica. P.482.

8.Smirnov V.S., Lizanets V.V., Samkov A.V., Belenok N.V., Ivanchenko E.V. Conceptual foundations for constructing amplifying-converting systems of telecommunication equipment for photoenergy. Mathematical International Scientific and Technical Conference "Renewable energy XXI century". 2016. IRE National Academy of Sciences of Ukraine. 29-30 September. pp.286-290.

9.Smirnov V.S., Belenok N.V., Ivanchenko E.V. Theoretical foundations of the organization of structurally invariant transformation systems of autonomous objects for renewable energy. "Renewable energy". 2016. IRE National Academy of Sciences of Ukraine. № 4(47). pp.286-290.

Надійшла 5.06.2022
Received 5.06.2022