

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЕНТИЛЬНОГО ДВИГУНА У СИСТЕМАХ АВТОМАТИЗОВАНОГО КЕРУВАННЯ

Стаття містить детальний аналіз вентильних двигунів (ВД) в контексті автоматизованого управління, розглядаються динамічні режими та математичне моделювання електроприводу. Вона охоплює питання динамічних характеристик, побудови передаточних функцій, а також особливостей роботи ВД у системах з керованою швидкістю обертання. У статті подано експериментальні дані та результати комп'ютерного моделювання, які підтверджують ефективність вибраних моделей.

Експериментальні дослідження, проведені на лабораторному макеті, підтверджують точність розробленої математичної моделі, зокрема можливість апроксимації передатної функції двигуна в лінійному вигляді для спрощення аналізу та налаштування системи керування. Комп'ютерне моделювання діє в середовищі MATLAB з використанням SIMULINK, що дозволяє з високою точністю та наочністю візуалізувати перехідні процеси у ВД. Представлено також принцип підлеглого регулювання у замкнутій системі керування, який забезпечує стабільність і точність керування шляхом розділення на контури швидкості та струму.

Результати моделювання демонструють можливість використання отриманих моделей для подальших досліджень та розробки ефективних і надійних систем керування вентильними двигунами в промислових умовах. Запропонований підхід до моделювання відкриває перспективи для створення енергоефективних електроприводів з високою точністю регулювання.

Ключові слова: вентильний двигун, математичне моделювання, автоматичне керування, передатна функція, динамічні режими, комп'ютерне моделювання, MATLAB, SIMULINK, промисловий електропривод.

Регульований електропривод зазвичай виступає як виконавчий пристрій у замкнутій системі автоматичного керування (САК). Однак недостатнє дослідження динамічних характеристик вентильного двигуна (ВД) та відсутність точної передатної функції значно ускладнюють процес синтезу САК з використанням цього приводу.

ВД представляє собою електромеханічну систему, що складається з силового напівпровідникового перетворювача, блоків керування та датчиків. Для дослідження динамічних режимів роботи приводу була розроблена математична модель, яка базується на системі нелінійних диференціальних рівнянь, що описують роботу синхронної машини (СМ). [2, 3, 4]:

$$\frac{d\psi_k}{dt} = U_k - i_k r_k, \quad k = 1 \dots 5, \quad (1)$$

рівняння руху

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} (M - M_c), \quad (2)$$

і рівнянь зворотного зв'язку по положенню ротора, що враховують закон керування комутатором і кутові характеристики ВД:

$$\left. \begin{array}{l} \text{- для закону} \\ \beta_0 = \text{const} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \omega_i = \omega \\ \omega_0 = \omega_i + \frac{d\theta}{dt} \\ \omega_0 = \omega + \frac{d\theta}{dt} \\ \gamma = \arccos \left(\cos \delta - \frac{2I_d X_k}{\sqrt{3} X_{ad} i_f} \right) \end{array} \right\} (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{- для} \\ \text{закону} \\ \beta = \text{const} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \omega_i = \omega_c \\ \omega_i = \omega + \frac{d\theta}{dt} \\ \omega_0 = \omega + \frac{d\theta}{dt} \\ \gamma = \arccos \left(\frac{2I_d X_k}{\sqrt{3} X_{ad} i_f} + \cos \beta \right) \end{array} \right\} (4)$$

$$\theta = \arctg \left(\frac{\frac{d\psi_d}{dt} + i_d r - \psi_q \omega_p}{\frac{d\psi_d}{dt} + i_q r + \psi_d \omega_p} \right) - \frac{d\theta}{dt} t \quad (5)$$

де ψ_k, i_k, r_k - потокозчеплення, струми і активні опори окремих контурів; J, M - момент інерції і електромагнітний момент ВД; $\omega_i, \omega_0, \omega$ - частоти струму, поля статора і обертання ротора; θ - кут навантаження синхронної машини; γ, δ - кути комутації і запасу перетворювача; β_0, β - кути між струмом і відповідно ЕДС холостого ходу і напругою машини;

$$\beta_0 = \beta + \theta; \quad \beta = \gamma + \delta;$$

ψ_d, ψ_q, i_d, i_q - потокозчеплення і струми по осям d і q ; r - активний опір обмотки статора СМ; X_k - комутаційний реактанс перетворювального кола;

X_{ad} - взаємодуктивність по подовжній осі; I_d - середнє значення випрямленого струму.

Аналіз рівнянь показує, що при законі $\beta = \text{const} = 0$ вентильний комутатор генерує поле реакції якоря, частота якого синхронно пов'язана з частотою обертання ротора. Це усуває коливальні властивості, характерні для машин змінного струму. Проте при $\beta = \text{const}$, частота струму обмоток статора змінюється відповідно до частоти обертання ротора, що може викликати коливання. Для підтвердження точності результатів, отриманих цифровим моделюванням, було проведено експериментальні дослідження перехідних процесів на макеті СМ типу ЕСС-52-4, що дозволило встановити діапазони для приведення ВД до лінійної моделі.

$$i_f \geq 0.8i_{fn} \quad \text{і} \quad 20^0 \leq \beta \leq 60^0 \quad (6)$$

ВД можна виконати лінійним об'єктом. За вказаних умов складна система нелінійних рівнянь (1) - (5) приводиться до достатньо простої лінійної передатної функції, для чого необхідно апроксимувати розрахункові криві перехідного процесу лінійними диференціальними рівняннями необхідного порядку. Отримана в результаті реальної апроксимації передатна функція ВД з коефіцієнтами в чисельному вигляді враховуватиме весь набір початкових параметрів і залежності системи без додаткових допущень, що приводять до суттєвої відмінності від реального об'єкту:

$$W(p) = \frac{K_d}{ap^2 + bp + c}, \quad (7)$$

де a, b, K_d - коефіцієнти передавальної функції ВД.

Якщо ввести позначення:

$$\left. \begin{aligned} T_M = b; T_e = \frac{a}{b} \\ C_e = \frac{1}{K_d \cos \beta}; C_m = \frac{\sqrt{3}U_{1n}}{III_H} 3_H \\ R_e = \frac{T_M C_e C_m \cos^2 \beta}{J}; L_e = R_e T_e \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

то можна отримати передавальні функції ВД у вигляді послідовно включених аперіодичної і інтегруючої ланок із зовнішнім негативним зворотним зв'язком:

- за регулюючою дією:

$$\left. \begin{aligned} W(p) = \frac{\omega_p(p)}{U(p)} = \frac{\frac{1}{C_e \cos \beta}}{T_M T_e p^2 + T_M p + 1} \\ W'(p) = \frac{I(p)}{U(p)} = \frac{\frac{J}{C_e C_m \cos^2 \beta}}{T_M T_e p^2 + T_M p + 1} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

де T_M, T_e - еквівалентні електромеханічна і електромагнітна постійні часу ВД; C_m, C_e - еквівалентні конструктивні постійні; L_e — еквівалентний індуктивний опір перетворюючого ланцюга; η_n — номінальний КПД (визначається величиною кута випередження відповідно до закону керування).

Показаним передатним функціям відповідає структурна схема вентильного двигуна (рис.1) і наступні рівняння (перетворювач представлений аперіодичною ланкою 1-го порядку):

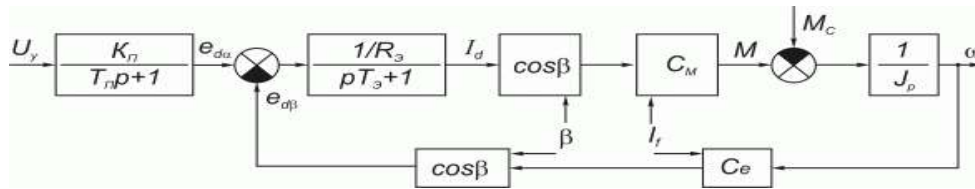


Рисунок 1 - Структурна схема ВД

$$\left. \begin{aligned} e_{d\alpha} &= e_{d\beta} + i_d R_e + L_e \frac{di_d}{dt} \\ M &= M_c + J \frac{d\omega}{dt} \\ M &= C_M I_d \cos \beta \\ e_{d\alpha} &= e_{d0} \cos \alpha \\ e_{d\beta} &= C_e \omega \cos \beta \\ T_n \frac{e_{d\alpha}}{dt} + e_{d\alpha} &= K_n U_y \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

де $e_{d\alpha}, e_{d\beta}$ - середні значення ЕДС випрямляча і інвертування; K_n - коефіцієнт передачі перетворювача; T_n - електромагнітна постійна часу перетворювача; U_y - напруга управління перетворювача.

Зацікавленість викликає залежність постійних часу ВД від кута випередження, які для експериментальної машини зображені на рис.2. Орієнтовний розрахунок для ряду синхронних машин (500-5000 кВт, 500-3000 об/хв) показав, що величини еквівалентних постійних часу при нульовому куті випередження лежать в межах $T_e=0,015...0,09$ с і $T_m=0,3...0,9$ с.

Принципова відмінність вентильного двигуна від звичайних синхронних машин, які живляться синусоїдальною напругою від мережі змінного струму, полягає в несинусоїдальній кривій напруги на обмотках і в дискретному характері переміщення МРС і магнітного поля. Це може приводити до нестійкої роботи системи в динамічних режимах і пульсацій моменту і частоти обертання в сталому режимі. Оскільки в кожній фазі машини у вентильному двигуні за один оборот валу струм протікає протягом $2\left(\frac{2}{3}\pi + \gamma\right)$, то обмотки статора використовуються гірше, ніж у звичайному двигуні. Потужність

синхронної машини у ВД в порівнянні з потужністю при синусоїдальному живленні визначається коефіцієнтом габаритної потужності C_g . Залежність коефіцієнта габаритної потужності від кутових параметрів вентильного двигуна і законів управління представлена на рис.3.

Максимум функції $C_g = f(\beta, \gamma)$ визначає розрахункову потужність машини. Так для способу управління $\beta = 60^\circ$ (крива 2) і $\beta_{\min} = f(\gamma)$ (крива 1) при номінальному куті комутації $\gamma_H = 20^\circ$ відповідно маємо 2 і 1,4. Розрахункова потужність двигуна в схемі ВД збільшується:

$$P_{ВД} = P C_{g \max} \quad (12)$$

де P — розрахункова потужність, яка визначається по діаграмам навантажень.

Номінальний струм двигуна визначається по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \text{для способу керування } \beta = const \quad I_H &= \frac{P_H}{\sqrt{3} U_H \cos\left(\beta - \frac{\gamma_H}{2}\right)} \quad (13) \\ \text{для способу керування } \beta_{\min} = f(\gamma) \quad I_H &= \frac{P_H}{\sqrt{3} U_H \cos\left(\delta_{\min} + \frac{\gamma_H}{2}\right)} \quad (14) \end{aligned} \right.$$

де $\delta_{\min} \approx 5...10^\circ$ - мінімальне значення кута запасу.

Залежність коефіцієнтів зсуву $K_C = \cos\left(\beta - \frac{\gamma}{2}\right)$ і $K_c = \cos\left(\delta_{\min} + \frac{\gamma}{2}\right)$ від кутових параметрів і способів керування показані на рис. 4.

Для мостових трифазних схем максимальна величина середнього значення випрямленої напруги U_{d0} , номінальна лінійна напруга двигуна U_H і лінійна напруга мережі U_c зв'язані наступним чином:

$$\frac{U_{d0}}{U_H} = \frac{U_{d0}}{U_c} = 1,35. \quad (15)$$

Число послідовно з'єднаних вентилів в плече моста перетворювача

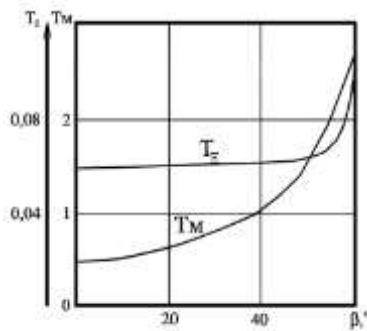


Рисунок 2 - Залежність постійних часу ВД від кута випередження

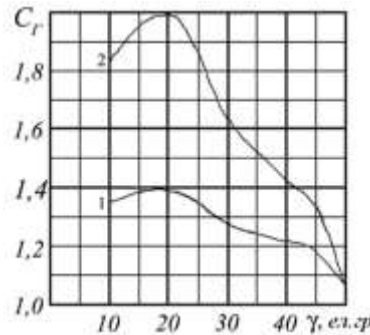


Рисунок 3 - Залежність коефіцієнта габаритної потужності

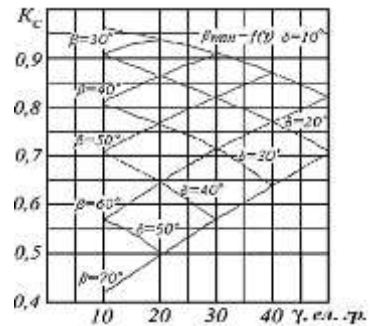


Рисунок 4 - Залежність коефіцієнтів зсуву

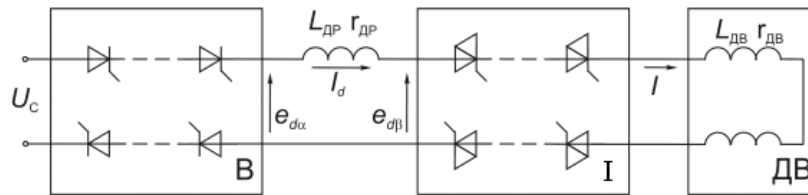


Рисунок 5 - Схема заміщення ВД

$$N \geq \frac{U_{d0}}{U_B} \cdot K_U, \quad (16)$$

де U_B — допустима напруга на вентилях; $K_U = 1,5 \dots 2$ - коефіцієнт запасу по напрузі.
Число паралельних гілок:

$$M \geq \frac{I_d}{3I_{dT}} \cdot K_I, \quad (17)$$

де $I_d = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot I_H$ величина середнього значення струму на вході інвертору, відповідна номінальному струму двигуна; I_{dT} — середнє значення струму тиристора; $K_I = 2 \dots 3$ - коефіцієнт запасу по струму.

Для згладжування пульсацій випрямленого струму і обмеження швидкості наростання струму в ланцюзі двигуна при аварійних режимах роботи перетворювача використовують згладжувачий дросель, який вибирається по струму I_d і індуктивності L_{dp} . Індуктивність дроселя визначається з умови:

$$L_{dp} \geq 0.15L_K, \quad (18)$$

$$\text{де } L_K = (0,15 \dots 0,35) \frac{U_H}{I_H p \omega_H}; \quad p = \frac{60f}{n_H} - \text{число пар полюсів двигуна.}$$

Активний опір дроселю визначають за втратами ΔP_{dp} і струму I_d :

$$r_{dp} = \frac{\Delta P_{dp}}{I_d^2} \quad (19)$$

Еквівалентний опір перетвореного ланцюга знаходять зі схеми заміщення, показаної на рис. 5.
Еквівалентний опір перетвореного ланцюга:

$$R_e = r + r_{dp} + 4Nr_B + r_\gamma, \quad (20)$$

Опір обмоток двигуна орієнтовно можна визначити по формулі:

$$r = (0.0002 \dots 0.02) \frac{U_H}{\sqrt{3}I_H}, \quad (21)$$

Опір вентиля у відкритому стані:

$$r_B = \frac{\Delta U_B}{I_d}, \quad (22)$$

де $\Delta U_B = (1,8 \dots 2,4) B$ — падіння напруги на вентилях у відкритому стані.

Еквівалентний опір зменшення випрямленої напруги, що враховує, в період комутації вентилів:

$$r_T = \frac{mX_T}{2p}, \quad (23)$$

Де $m=3$ — число фаз перетворювача;

$$X_T = \frac{U_{K\%}}{100\%} \cdot \frac{U_{2TH}}{I_{2TH}} - \text{індуктивний опір вторинної обмотки трансформатора};$$

U_{2TH}, I_{2TH} - номінальна напруга і струм вторинної обмотки трансформатора;

$U_{K\%} - (4,5 \dots 6)\%$ - напруга короткого замикання трансформатора.

Еквівалентна індуктивність перетворювального ланцюга:

$$L_e = L_K + L_{DP} \quad (24)$$

Коефіцієнт передачі перетворювача $K_{II} = \frac{\Delta e_d}{\Delta U_y}$ визначається із залежності $e_d = f(U_y)$, яка

приводиться в каталогах або будується (рис. 6).

Ефективно досліджувати динамічні режими замкнутих електромеханічних систем можна за допомогою універсальної інтегрованої математичної комп'ютерної системи типу MATLAB. В цій оболонці модель ВД будується на функціональних елементах з використанням пакету моделювання динамічних систем SIMULINK [5]. В комп'ютерну систему інтегровані текстові, формульні і графічні редактори, що дозволяє представляти складні моделі і процеси з виводом їх на друк.

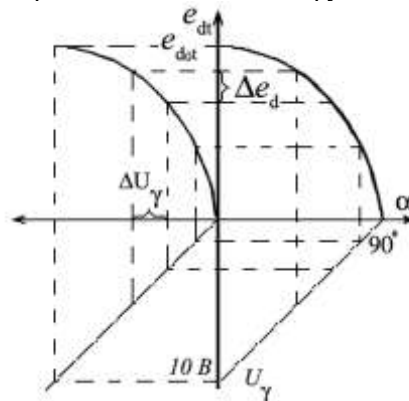


Рисунок 6 - Залежність $e_d = f(U_y)$

Управління ВД в пропонуваній моделі реалізовано за принципом підлеглого регулювання. Система розбивається, наприклад, на два контури - швидкості і струму. Кожний контур містить свій регулятор і негативний зв'язок по контрольованій змінній. На вхід системи подається сигнал із задатчика інтенсивності (ЗІ). В системі MATLAB модель ВД має вигляд (рис.7).

На рис.8 показані діаграми заданої швидкості, дійсної і моменту ВД відповідно: а) $\beta = 0^\circ$, б) $\beta = 30^\circ$, в) $\beta = 60^\circ$ при $M_C = M_H$ і $U_s = 100\%$; г) $\beta = 60^\circ$ при $M_C = M_H$ $U_s = 30\%$, отримані в результаті комп'ютерного моделювання.

Особливу цікавість представляють результати моделювання процесу реверсування частоти обертання ВД на повному ході зміною кута випередження, представлені на рис.9. Тут: а) $\beta = 70^\circ$, б) $\beta = 80^\circ$, в) $\beta = 100^\circ$, г) $\beta = 110^\circ$ при $M_C = M_H$ і $U_s = 100\%$. На рис.10 показана статична регулююча характеристика процесу реверсу, побудована за результатами моделювання.

Результати комп'ютерного моделювання ВД показали високу збіжність з експериментальними даними, отриманими на лабораторному стенді. Представлення ВД передавальною функцією є наближеною моделлю, проте відображає основні властивості таких двигунів.

Висновок. У статті досліджено особливості математичного моделювання та аналіз динамічних характеристик ВД як об'єкта автоматизованого управління. Основну увагу приділено розробці математичної моделі ВД на основі нелінійних диференціальних рівнів синхронної машини, що враховує силові напівпровідникові перетворювачі, блоки керування та датчики. Така модель дозволяє дослідити динамічні режими роботи електроприводу та передбачити поведінку двигуна за різних умов навантаження.

Аналіз характеристик ВД показав, що вибір закону впливає на частотні властивості системи, зокрема на стійкість та коливальні процеси. У статті наведено дві основні моделі керування, які різняться частотою струму в обмотках статора, яка, у свій час, може синхронно або гнучко змінюватися залежно від частоти обертання ротора. Вибір певної стратегії керування дозволяє уникнути небажаних коливань, які характерні для двигунів змінного струму.

Для підтвердження теоретичних даних було проведено експериментальні дослідження на лабораторному макеті, результати яких співпали з комп'ютерним моделюванням. Таким, було встановлено, що при певних параметрах ВД можна апроксимувати лінійну передаточну функцію, що спростує аналіз та проектування системи керування. Отримані моделі також дозволяють досліджувати ефективність ВД у різних режимах роботи, враховуючи момент пульсації та частоти обертання в сталому режимі.

Особливої уваги заслуговує підхід до комп'ютерного моделювання в MATLAB, що реалізовано за допомогою пакета SIMULINK. Використання інтегрованих текстових, графічних та формальних редакторів дозволило спростити моделювання та візуалізацію процесів, забезпечуючи наочність та точність отриманих результатів. Крім того, в моделях реалізовано принцип підлеглого регулювання, що забезпечує поділ системи на контури швидкості та струму з відповідними регуляторами та зворотними зв'язками, що забезпечує точність керування та стабільність системи.

Представлена стаття у розвиток методів керування вентильними двигунами та забезпечує основу для подальших досліджень у галузі автоматизованих електромеханічних систем. Отримані результати можуть бути застосовані для розробки енергоефективних промислових приводів, які потребують високої точності регулювання та стійкості в умовах змінного навантаження.

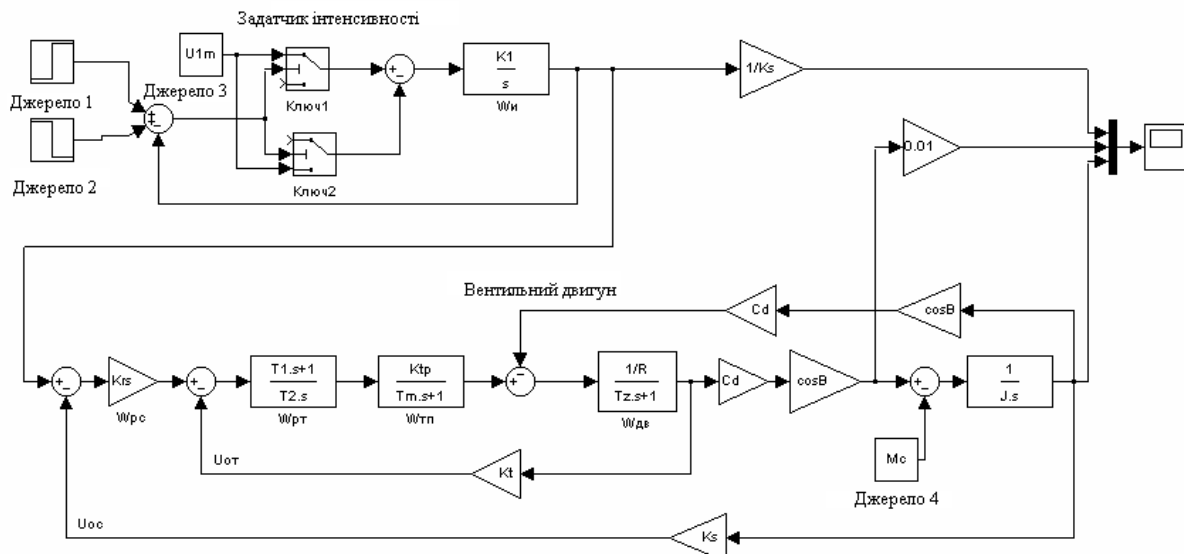


Рисунок 7 - Схема моделі ВД.

Таблиця. Позначення основних елементів схеми

Позначення	Призначення
$U_{1m} = 10; e_{\max} = \frac{(0,8...0,9)M_{\max} - M_c}{J}; J' = J + J'_{pm}$	Задатчик інтенсивності
$K_T = \frac{U_{OT \max}}{I_{\max}}; I_{\max} = \frac{M_{\max}}{C_M \cos \beta}$	Коефіцієнт передачі по струму
$K_c = \frac{U_{OC \max}}{I_{\max}}$	Коефіцієнт передачі по швидкості
$W_{PT}(p) = \frac{T_1 p + 1}{T_2}; T_1 = T_e; T_2 = \frac{a_T T_M K_{\Pi} K_T}{R_e}$	Передаточна функція регулятора струму
$W_{PC}(p) = K_{pc} = \frac{K_T J}{a_c a_T T_M C_e K_C}$	Передаточна функція регулятора швидкості
$1/K_s, 0,01$	Масштабні коефіцієнти

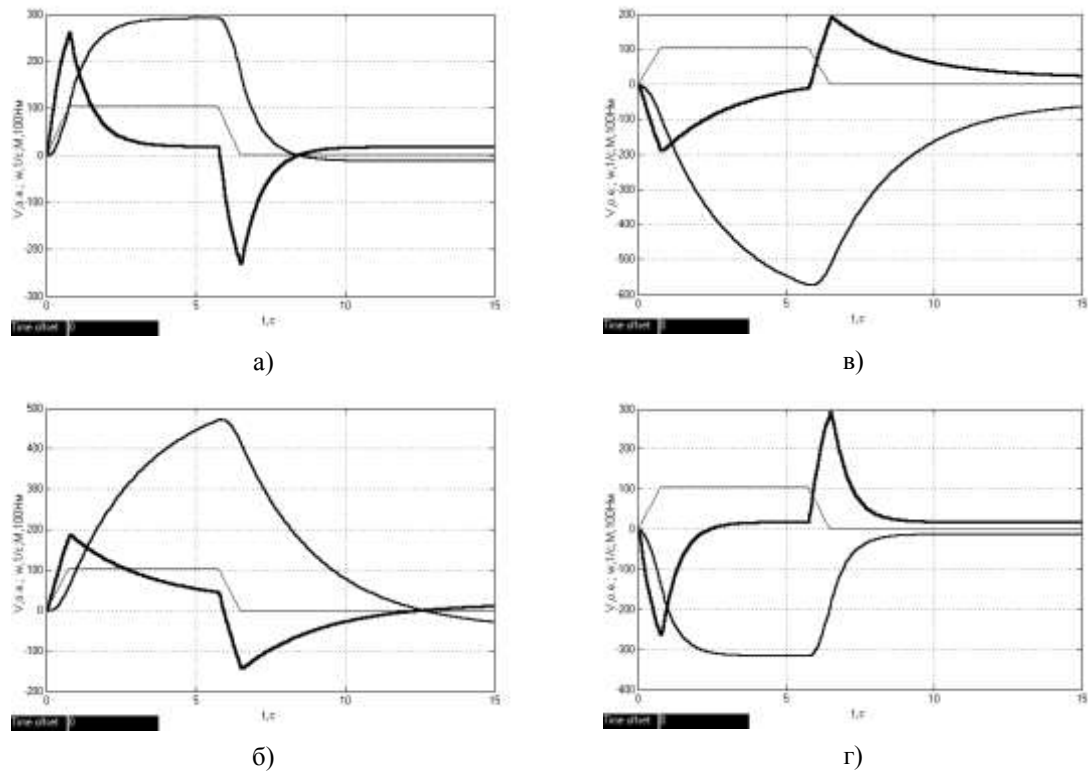


Рисунок 8 - Результати комп'ютерного моделювання режимів пуску і гальмування

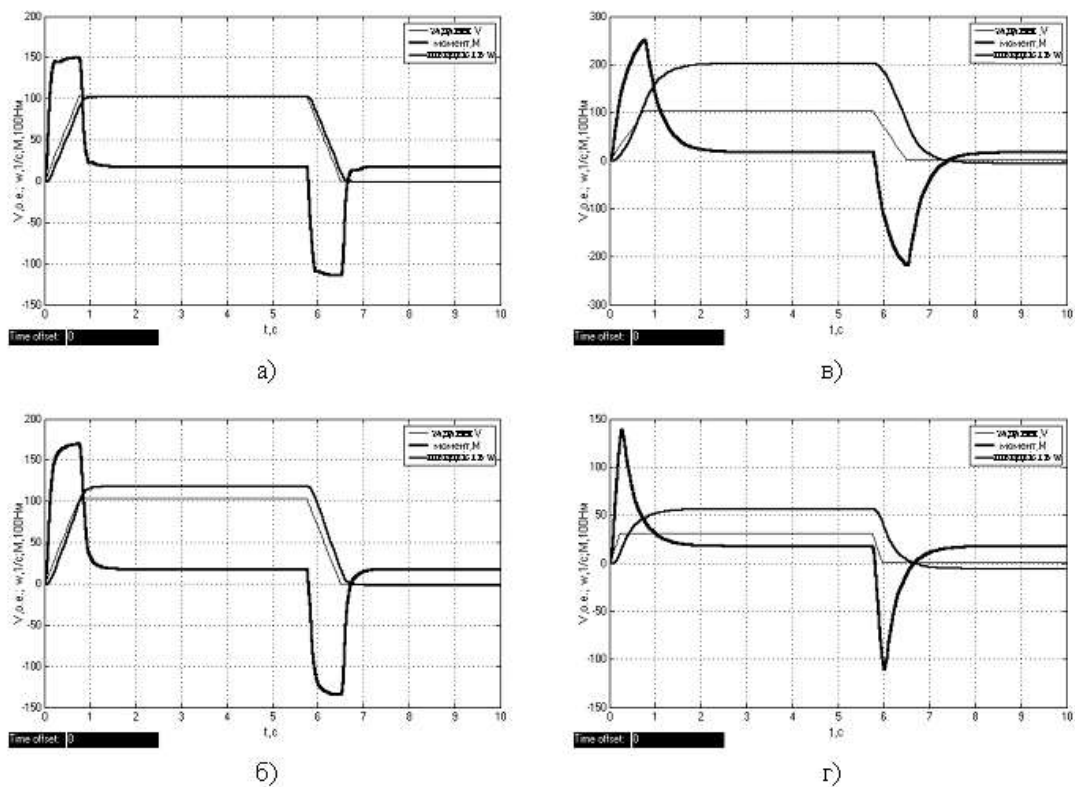


Рисунок 9 - Результати комп'ютерного моделювання режиму реверсу

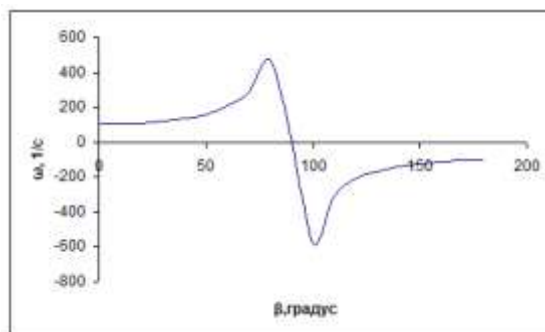


Рисунок 10 - Статична регульовальна характеристика ВД

O. Zakladnyi¹, Cand.Sc. (Eng.), Assoc. Prof., ORCID 0000-0003-2813-3692

V. Prokopenko¹, Cand.Sc. (Eng.), Assoc. Prof., ORCID 0000-0002-5518-5802

¹National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”

MATHEMATICAL MODELING AND ANALYSIS OF DYNAMIC CHARACTERISTICS OF A BRUSHLESS MOTOR IN AUTOMATED CONTROL SYSTEMS

The article provides a detailed analysis of brushless motors (BM) within the context of automated control, focusing on dynamic modes and mathematical modeling of the electric drive. It addresses the dynamic characteristics, transfer function development, and specific operational aspects of BM in systems with regulated rotational speed. The article presents experimental data and computer simulation results that validate the effectiveness of the selected models.

Experimental studies conducted on a laboratory model confirm the accuracy of the developed mathematical model, particularly demonstrating the feasibility of approximating the motor's transfer function in a linear form to simplify control system analysis and tuning. Computer simulations are conducted in MATLAB using SIMULINK, which enables precise and illustrative visualization of transient processes in the BM. The article also introduces a subordinate control principle within a closed-loop control system, which ensures control stability and accuracy by dividing into speed and current loops.

The simulation results demonstrate the potential of utilizing the developed models for further research and the design of efficient and reliable control systems for brushless motors in industrial settings. The proposed modeling approach paves the way for the creation of energy-efficient electric drives with high-precision control.

Keywords: brushless motor, mathematical modeling, automatic control, transfer function, dynamic modes, computer simulation, MATLAB, SIMULINK, industrial electric drive.

References

1. Zakladnyi O.M., Zakladnyi O.O. Energy-efficient electric drive with brushless electric motors. Monograph. Second edition: translated and supplemented. - Kyiv, "Libra", 2013. - 213 p.
2. Zakladnyi O.M., Zakladnyi O.O. Energy-efficient electric drive with brushless electric motors. Monograph. - Kyiv, "Libra", - 2012. - 185 p.
3. Tkachuk V.I., Bilyakovskiy I.E., Makarchuk O.V., Kasha L.V., Greschuk O.V. Theory and synthesis of DC valve motors // Lviv Polytechnic. – 2011, 288 p.
4. Zakladnyi O.M., Zakladnyi O.O. Modern methods of power quality regulation // Industrial electric power and electrical engineering (Promelectro). - 2007. - #2. - P. 25-30.
5. Modeling of electromechanical systems: Textbook / Cherny O.P., Lugovoi A.V., Rodkin D.Y., Sysyuk G.Yu., Sadovoy O.V. – Kremenichuk, 2001. – 410 p.
6. Zakladnyi O.M., Prakhovnyk A.V., Solovei O.I. Energy saving by means of industrial electric drive: Study guide. - K: Condor, 2005. - 408 p.
7. Zakladnyi O.M., Zakladnyi O.O. The influence of commutator control methods on the harmonic composition of valve motor current and voltage curves // Industrial electric power and electrical engineering (Promelectro). - 2008. - No. 1. - P. 35..40.
8. Electromechanical automatic control systems and electric drives: Education. manual / M.G. Popovych, O.Yu. Lozynskiy, V.B. Klepikov, etc.; Under the editorship M. G. Popovych, O. Yu.J. Lozynskiy. - K.: Lybid, 2005. - 680 p.
9. Mathematical modeling of electric power systems in market conditions: monograph / S.E. Saukh, A.V. Borysenko. — K.: "Three K", 2020. - 340 p.

Надійшла: 01.11.2024

Received: 01.11.2024