

МОНІТОРИНГ, ДІАГНОСТИКА ТА КЕРУВАННЯ ЕНЕРГЕТИЧНИМИ ПРОЦЕСАМИ ТА ОБЛАДНАННЯМ

MONITORING, DIAGNOSTICS AND MANAGEMENT OF ENERGY PROCESSES AND EQUIPMENT

УДК 621.311

DOI 10.20535/1813-5420.1.2026.352974

В.П. Розен¹, д.т.н. професор, ORCID: 0000-0002-0440-4251

П.В. Розен², аспірант, ORCID: 0009-0003-7934-3398

¹Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

²Інститут загальної енергетики НАН України.

МЕТОД ДІАГНОСТИКИ СТАНУ ЕНЕРГОЕФЕКТИВНОСТІ ПРОМИСЛОВОГО ПІДПРИЄМСТВА

В статті вперше розглядається одна з задач енергетичного менеджменту - діагностика стану енергоефективності промислового підприємства. Викладена постановка та формалізація задачі багатомірного розпізнавання стану. У статті розроблено математичну модель діагностики стану енергоефективності промислового підприємства на основі методів розпізнавання образів. Запропонований підхід дозволяє здійснювати швидко та економічно доцільне оцінювання рівня енергоефективності виробничих систем у межах діагностичного енергоаудиту. Метод ґрунтується на формуванні простору показників ефективного використання паливно-енергетичних ресурсів, навчанні системи розпізнавання для формування еталонних класів успішних і неуспішних підприємств та прийнятті рішення шляхом статистичної класифікації. Для підвищення достовірності результатів використано багатовимірний статистичний апарат, оцінювання логарифма відношення правдоподібності та визначення помилок розпізнавання першого і другого роду. Проведено модельні розрахунки для підприємства харчової промисловості із використанням системи показників. Отримані результати підтверджують можливість практичного застосування моделі для порівняльного аналізу підприємств, моніторингу динаміки енергоефективності та підтримки управлінських рішень щодо доцільності проведення повного енергетичного аудиту та впровадження енергозберігаючих заходів.

Ключові слова: енергоефективність, діагностичний енергоаудит, промислове підприємство, розпізнавання образів, математична модель, енергоменеджмент.

Вступ.

Сучасний етап розвитку світової економіки характеризується широким впровадженням енерго- і ресурсозберігаючих технологій в промислове виробництво, пошуком нових форм та засобів підвищення рівня енергетичної ефективності діяльності його провідних галузей: машинобудування, енергетики, мікроелектроніки, чорної та кольорової металургії, хімічної, електро- і світлотехнічної, харчової промисловості [1, 2, 3].

В Україні майже усі промислові підприємства проводять роботу з зниження споживання енергоресурсів, запроваджують енергозберігаючі технології. Під час вирішення проблеми підвищення рівня енергоефективності постають наступні питання: наскільки підприємство ефективно працює у цьому напрямку, яке місце воно посідає за рівнем енергоефективності серед інших підприємств, де підприємство знаходиться на відрізку "успішне" - "неуспішне" за рівнем енергоефективності.

В залежності від оцінки про рівень енергоефективності керівництво виробничої системи може прийняти рішення про інтенсифікацію робіт у сфері енергозбереження; про проведення або відмову від

проведення енергетичного аудиту, запровадженні невідкладних енергозберігаючих заходів або використанні вільних фінансів на інші цілі окрім енергозбереження.

Одним її напрямів вирішення цієї проблеми може слугувати діагностичний енергоаудит [4]. Енергетичний аудит широко визнається як систематичний процес оцінки використання енергії та визначення можливостей для покращення енергетичної ефективності. Зокрема, він визначається як структуроване дослідження споживання енергії, спрямоване на виявлення неефективності та рекомендацію економічно ефективних покращень [5]. На практиці енергетичний аудит також можна інтерпретувати як форму енергетичної діагностики, оскільки він включає оцінку та інтерпретацію характеристик енергетичної ефективності промислових систем. Однак, традиційні енергетичні аудити, як правило, є ресурсоємними та вимагають детальних вимірювань, що обмежує їхню застосовність для швидкої оцінки. У цьому контексті діагностичний енергетичний аудит може бути запроваджений як спеціалізований підхід, зосереджений на швидкій ідентифікації та класифікації стану енергетичної ефективності підприємства. Діагностичний аудит - це початкова, незалежна оцінка поточного стану компанії, бізнес-процесів або систем менеджменту для виявлення "вузьких місць", ризиків та невідповідностей стандартам. Діагностичний аудит враховує основні положення документів [6] та [7]. Діагностування стану підприємства з енергоефективності - це процедура визначення рівня енергетичної ефективності виробничої системи за допомогою єдиного та незмінного математичного апарату та визначеними показниками. При цьому незмінність математичного апарату та показників необхідна для однакового оцінювання стану енергоефективності одного й того ж підприємства у часі, або порівняння декількох підприємств.

Діагностичний енергоаудит повинен бути дешевою процедурою, оскільки це допоміжний інструмент який призначений для прийняття рішення і застосування цієї процедури повинно бути досить частим явищем на відміну від загального енергетичного аудиту, у будь-якому випадку не менше одного разу на рік.

Мета та завдання

Метою даної роботи є підвищення рівня енергетичної ефективності промислових підприємств шляхом розроблення методу проведення діагностичного енергоаудиту, що дозволить швидко та дешево визначати стан підприємства за рівнем енергоефективності та необхідність у проведенні енергетично аудиту.

Основним завданням розроблення методу проведення діагностичного енергоаудиту є розроблення математичного забезпечення, що містить алгоритм який дозволяє здійснити аналізування стану підприємства з енергоефективності за показниками, які встановлюються особою, що приймає рішення.

Об'єктом дослідження є показники ефективного споживання енергоресурсів для визначення рівня стану підприємства з енергоефективності і проведення порівняльного аналізу стану енергоефективності одного того ж підприємства у часі, або порівняння декількох підприємств.

Матеріал та результати дослідження

Задача діагностування станів підприємства за рівнем енергоефективності є типовою задачею двоальтернативного прийняття рішень з ризиком та може бути вирішена в рамках теорії розпізнавання образів [8, 9].

Методи розпізнавання образів найбільше пристосовані для вирішення задачі оцінювання стану підприємства з енергоефективності, оскільки прийняття навіть двоальтернативного рішення "успішність" - "неуспішність" потребує охопту великої кількості показників діяльності підприємства та потребує застосування багатовимірних статистичних методів. Це покликано тим, що показники, які обрані для оцінювання стану підприємства за рівнем енергоефективності є випадковими величинами. На теперішній час використовується велика кількість показників і вони можуть бути пов'язані між собою будь-яким чином у будь-яких сполученнях.

Задача розпізнавання образів для оцінювання стану енергоефективності промислового підприємства містить три етапи:

1. Формування простору показників, які оцінюють рівень енергетичної ефективності використання паливно-енергетичних ресурсів;

2. Навчання системи розпізнавання – створення узагальнених класів успішних S_2 та неуспішних S_1 промислових підприємств за рівнем енергоефективності для зняття невизначеності за допомогою навчаючих спостережень;

3. Прийняття рішень – віднесення підприємства до класу найгірших S_2 або найкращих S_1 підприємств за рівнем енергоефективності.

Також необхідно при цьому дотримуватися необхідного рівня достовірності:

$$D = 1 - \alpha = 1 - \beta$$

де α , β - помилки розпізнавання першого та другого роду відповідно.

Формування простору показників. Формування простору показників X_1, X_2, \dots, X_p . є невід’ємною частиною процесу розпізнавання. З одного боку, обрана сукупність показників повинна у найбільшій степені відображати усі ті властивості станів, які важливі для розпізнавання, тобто набір показників X_1, X_2, \dots, X_p повинен бути найбільш повним. З іншого боку, збільшення кількості показників дуже швидко зростає складність процедур обчислення та прийняття рішень. Також зазначимо, що сучасні програмні пакети Microsoft Excel, MathCAD, MATLAB дозволяють швидко обробляти великі масиви даних.

Навчання системи розпізнавання

Метою навчання є поповнення нестачі апріорних знань про класи, що розпізнаються S_1 та S_2 шляхом використання інформації про них, яка міститься у навчаючих спостереженнях:

$$X_{m_1}^{(1)} = \begin{pmatrix} x_{11}^{(1)} & x_{12}^{(1)} & \dots & x_{1m_1}^{(1)} \\ x_{21}^{(1)} & x_{22}^{(1)} & \dots & x_{2m_1}^{(1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{p1}^{(1)} & x_{p2}^{(1)} & \dots & x_{pm_1}^{(1)} \end{pmatrix}, X_{m_2}^{(2)} = \begin{pmatrix} x_{11}^{(2)} & x_{12}^{(2)} & \dots & x_{1m_2}^{(2)} \\ x_{21}^{(2)} & x_{22}^{(2)} & \dots & x_{2m_2}^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{p1}^{(2)} & x_{p2}^{(2)} & \dots & x_{pm_2}^{(2)} \end{pmatrix} \quad (1)$$

де m_i - кількість навчаючих спостережень.

Існують різноманітні методи та підходи, які використовуються при навчанні, наведемо деякі з них:

- детерміністичні методи;
- лінгвістичні методи;
- логічні та алгебраїчні методи;
- статистичні методи.

І хоча методи навчання можуть бути різними, результат навчання є тільки один – це еталонний опис станів \hat{S}_1 та \hat{S}_2 .

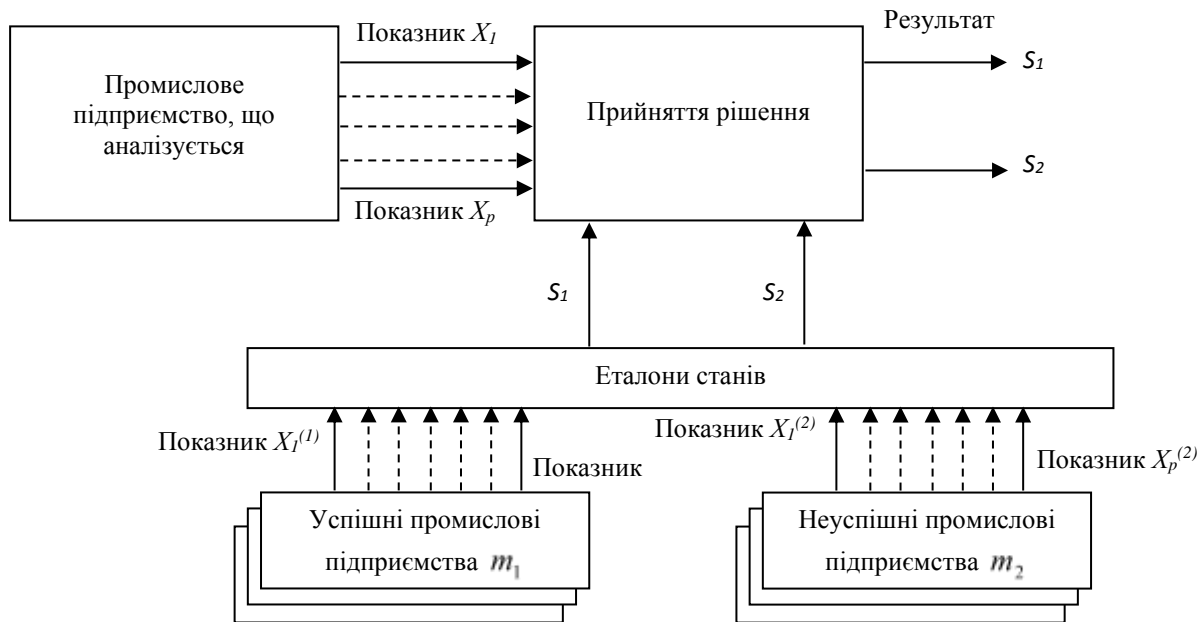


Рисунок 1 - Схема діагностування стану енергоефективності промислового підприємства

Етап 1: Навчання

На етапі навчання за наведеними характеристиками обчислимо вектори середніх:

$$\hat{a}_1 = \frac{1}{m_1} \sum_{i=1}^{m_1} x_i^{(1)} = \begin{pmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \\ x_3^{(1)} \\ x_4^{(1)} \\ x_5^{(1)} \\ x_6^{(1)} \end{pmatrix} \quad \hat{a}_2 = \frac{1}{m_2} \sum_{i=1}^{m_2} x_i^{(2)} = \begin{pmatrix} x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \\ x_3^{(2)} \\ x_4^{(2)} \\ x_5^{(2)} \\ x_6^{(2)} \end{pmatrix} \quad (2)$$

де m_1 та m_2 кількість підприємств в успішному та неуспішному стані відповідно.
Використовуючи наступну формулу:

$$m_{jl}^{(1)} = \sum_{i=1}^{m_1} (x_{il}^{(1)} - x_l^{(1)}) (x_{il}^{(1)} - x_l^{(1)}) \quad (3)$$

Складаємо коваріаційну матрицю успішних підприємств:

$$\widehat{M}_1 = \begin{pmatrix} x_{11}^{(1)} & x_{12}^{(1)} & x_{13}^{(1)} & x_{14}^{(1)} & x_{15}^{(1)} & x_{16}^{(1)} \\ x_{21}^{(1)} & x_{22}^{(1)} & x_{23}^{(1)} & x_{24}^{(1)} & x_{25}^{(1)} & x_{26}^{(1)} \\ x_{31}^{(1)} & x_{32}^{(1)} & x_{33}^{(1)} & x_{34}^{(1)} & x_{35}^{(1)} & x_{36}^{(1)} \\ x_{41}^{(1)} & x_{42}^{(1)} & x_{43}^{(1)} & x_{44}^{(1)} & x_{45}^{(1)} & x_{46}^{(1)} \\ x_{51}^{(1)} & x_{52}^{(1)} & x_{53}^{(1)} & x_{54}^{(1)} & x_{55}^{(1)} & x_{56}^{(1)} \\ x_{61}^{(1)} & x_{62}^{(1)} & x_{63}^{(1)} & x_{64}^{(1)} & x_{65}^{(1)} & x_{66}^{(1)} \end{pmatrix} \quad (4)$$

Використавши формулу (3) складаємо коваріаційну матрицю неуспішних підприємств:

$$\widehat{M}_2 = \begin{pmatrix} x_{11}^{(2)} & x_{12}^{(2)} & x_{13}^{(2)} & x_{14}^{(2)} & x_{15}^{(2)} & x_{16}^{(2)} \\ x_{21}^{(2)} & x_{22}^{(2)} & x_{23}^{(2)} & x_{24}^{(2)} & x_{25}^{(2)} & x_{26}^{(2)} \\ x_{31}^{(2)} & x_{32}^{(2)} & x_{33}^{(2)} & x_{34}^{(2)} & x_{35}^{(2)} & x_{36}^{(2)} \\ x_{41}^{(2)} & x_{42}^{(2)} & x_{43}^{(2)} & x_{44}^{(2)} & x_{45}^{(2)} & x_{46}^{(2)} \\ x_{51}^{(2)} & x_{52}^{(2)} & x_{53}^{(2)} & x_{54}^{(2)} & x_{55}^{(2)} & x_{56}^{(2)} \\ x_{61}^{(2)} & x_{62}^{(2)} & x_{63}^{(2)} & x_{64}^{(2)} & x_{65}^{(2)} & x_{66}^{(2)} \end{pmatrix}$$

Оцінку загальної коваріаційної матриці здійснюємо за формулою:

$$\widehat{M} = \frac{1}{m_1 + m_2 - 2} (m_1 \widehat{M}_1 + m_2 \widehat{M}_2) \quad (5)$$

На наступному кроці розраховуємо зворотню коваріаційну матрицю:

$$\widehat{M}^{-1} = \frac{1}{|\widehat{M}|} \begin{pmatrix} m_{11} & m_{21} & m_{31} & m_{41} & m_{51} & m_{61} \\ m_{12} & m_{22} & m_{32} & m_{42} & m_{52} & m_{62} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} & m_{43} & m_{53} & m_{63} \\ m_{14} & m_{24} & m_{34} & m_{44} & m_{54} & m_{64} \\ m_{15} & m_{25} & m_{35} & m_{45} & m_{55} & m_{65} \\ m_{16} & m_{26} & m_{36} & m_{46} & m_{56} & m_{66} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Реалізація інформації про класи, що розпізнаються яка міститься в еталонному описі, здійснюється у процедурі прийняття рішень.

Етап 2: Прийняття рішення

На етапі 2 здійснюється співставлення неklasифікованих спостережень за об'єктом, що досліджується (підприємством) з еталонними описами з визначенням класу до якого належить сукупність спостережень, що досліджується а з нею і сам об'єкт.

Для прийняття рішень також існує декілька алгоритмів, а саме:

- Байєсівський алгоритм;
- алгоритм максимальної апостеріорної вірогідності;
- мінімаксний алгоритм;
- алгоритм Неймана-Пірсона;
- послідовний алгоритм Вальда;
- алгоритм максимальної правдоподібності;

Кожний з цих алгоритмів має свої переваги. Обчислимо оцінку логарифму відношення правдоподібності $\ln \widehat{L}$ за формулою:

$$\ln \widehat{L} = \frac{1}{2} (\widehat{a}_1 - \widehat{a}_2)^T \widehat{M}^{-1} [2\bar{x} - (\widehat{a}_1 + \widehat{a}_2)] \quad (7)$$

Для цього вирахуємо різницю векторів середніх $(\widehat{a}_1 - \widehat{a}_2)$ і транспонуємо отриманий результат

$$(\widehat{a}_1 - \widehat{a}_2)^T \quad (8)$$

Далі транспонований вектор середніх помножимо на зворотню коваріаційну матрицю

$$(\hat{a}_1 - \hat{a}_2)^T \hat{M}^{-1} \quad (9)$$

Розрахуємо значення другого співмножника:

$$[2\bar{x} - (\hat{a}_1 + \hat{a}_2)], \quad (10)$$

де \bar{x} – вектор значень підприємства, стан якого досліджується.

Маючи значення усіх співмножників, розрахуємо оцінку логарифма відношення правдоподібності $\ln \hat{L}$ за формулою (7). Рішення обирається шляхом порівняння значення $\ln \hat{L}$ із пороговим значенням $\ln C$ який, як правило, обирається рівним $\ln C = 0$. Тобто, якщо виконується $\ln \hat{L} > 0$, то підприємство є успішним, як що ж $\ln \hat{L} < 0$, то досліджуване підприємство є неуспішним.

Етап 3. Оцінка достовірності діагностики

На даному етапі розрахуємо помилки розпізнавання першого та другого роду α та β за формулою:

$$\alpha = \beta = F\left(\frac{d}{\sigma_1}\right)F\left(-\frac{d}{\sigma_2}\right) + F\left(-\frac{d}{\sigma_1}\right)F\left(\frac{d}{\sigma_2}\right) + \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma_1 \sigma_2}{d(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)}\right] \left[\sigma_2 \exp\left\{-\frac{d^2}{2\sigma_1^2}\right\}\right] \left[F\left(\frac{d}{\sigma_2}\right)F\left(-\frac{d}{\sigma_2}\right)\right] - \left(\sigma_1 \exp\left\{-\frac{d^2}{2\sigma_2^2}\right\}\right) \left[F\left(\frac{d}{\sigma_1}\right)F\left(-\frac{d}{\sigma_1}\right)\right] \quad (12)$$

Для цього попередньо розрахуємо її складові:

Відстань Махалобіса d^2

$$d^2 = (\hat{a}_1 - \hat{a}_2)^T \hat{M}^{-1} (\hat{a}_1 - \hat{a}_2) \quad (13)$$

$$d = \sqrt{d^2} \quad (14)$$

Значення σ_1^2 і σ_2^2 та σ_1 та σ_2 розраховуються відповідно до формул:

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}, \quad \sigma_1 = \sqrt{\sigma_1^2}; \quad \sigma_2^2 = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{4}{n}, \quad \sigma_2 = \sqrt{\sigma_2^2} \quad (15)$$

Розрахуємо значення інтегралу Лапласа:

$$F\left(\frac{d}{\sigma_1}\right); F\left(-\frac{d}{\sigma_1}\right) = 1 - F\left(\frac{d}{\sigma_1}\right); F\left(\frac{d}{\sigma_2}\right); F\left(-\frac{d}{\sigma_2}\right) = 1 - F\left(\frac{d}{\sigma_2}\right) \quad (16)$$

Розрахуємо значення експонент $\exp\{-Z\}$:

$$\exp\left\{-\frac{d^2}{2\sigma_1^2}\right\}; \exp\left\{-\frac{d^2}{2\sigma_2^2}\right\} \quad (17)$$

Підставивши ці значення у формулу (12) розрахуємо вірогідності помилок діагностики $\alpha = \beta$. Вірогідність рішення визначається а формулою:

$$D = 1 - \alpha = 1 - \beta$$

Модельні розрахунки діагностування стану енергоефективності промислового підприємства

Проведемо діагностування стану енергоефективності промислового підприємства харчової промисловості м. Дніпропетровська, яке досліджується X_r у порівнянні із найкращими успішними підприємствами S_1 , у тому числі з одним ідеальним - $X_1^{(1)}, X_2^{(1)}, X_3^{(1)}$ та найгіршими неуспішними підприємствами S_2 , у тому числі також з одним ідеальним $X_1^{(2)}, X_2^{(2)}, X_3^{(2)}$. Для діагностування стану підприємства оберемо наступні показники та дамо їм оцінку за чотирибальною системою 0, 1, 2, 3 керуючись зазначеними нижче правилами:

1. Повнота паспортизації обладнання

- 0 балів – на підприємстві паспорти мають менше 30% обладнання;
- 1 бал – на підприємстві паспорти мають від 30% до 60% обладнання;
- 2 бали – на підприємстві паспорти мають від 60% до 90% обладнання;
- 3 бали – на підприємстві паспорти мають від 90% до 100% обладнання;

2. Дотримання графіків сервісного обслуговування обладнання

- 0 балів – графіків сервісного обслуговування обладнання на підприємстві не існує;
- 1 бал – графіки сервісного обслуговування на підприємстві існують, але обслуговування проводиться вчасно менше ніж для 50% обладнання;
- 2 бали – графіки сервісного обслуговування на підприємстві існують, але обслуговування проводиться вчасно менше ніж для 75% обладнання;
- 3 бали – графіки сервісного обслуговування на підприємстві повністю дотримуються.

3. Наявність служби енергоменеджменту

0 балів – на підприємстві відсутня служба енергоменеджменту. Всі функції покладені на відділ (управління) головного енергетика;

1 бал – на підприємстві є спеціалізований підрозділ, що виконує інспекційні функції;

2 бали – на підприємстві існує служба енергоменеджменту;

3 бали – на підприємстві існує служба енергоменеджменту, що сертифікована за стандартом ISO50001 і є такі позитивні результати роботи як зниження питомих норм енергоспоживання.

4. Система навчання в області енергозбереження

0 балів – на підприємстві відсутня система навчання;

1 бал – на підприємстві з питань енергозбереження навчається тільки персонал служби головного енергетика;

2 бали – на підприємстві весь персонал навчається з питань енергозбереження, але навчання епізодичне;

3 бали – на підприємстві існує система навчання, графіки навчання, результати навчання постійно контролюються і аналізуються.

5. Система заохочень за результати у сфері енергозбереження

0 балів – на підприємстві відсутня система заохочень у сфері енергозбереження, або існує але не діє;

1 бал – на підприємстві існують заохочення з питань енергозбереження, але співробітникам незрозуміла система заохочень.

2 бали – на підприємстві існує система заохочень система і вона зрозуміла всім співробітникам.

3 бали – на підприємстві заохочуються всі співробітники, що приймають участь в економії енергоресурсів і є позитивні результати.

6. Програма енергозбереження

0 балів – Програма енергозбереження відсутня;

1 бал – Програма енергозбереження існує, однак реально не фінансується;

2 бали – Програма енергозбереження існує й фінансується в обсязі до 70%;

3 бали - Програма енергозбереження існує й фінансується в обсязі від 70% до 100%.

Вихідні данні стану енергоефективності промислових підприємств наведено у таблиці 1.

Таблиця 1 Формування масиву вихідних даних стану енергоефективності промислових підприємств

	Показники	Успішні підприємства S_1						Неуспішні підприємства S_2						Підпр-во \bar{X}
		$X_1^{(1)}$	$X_2^{(1)}$	$X_3^{(1)}$	$X_4^{(1)}$	$X_5^{(1)}$	$X_6^{(1)}$	$X_1^{(1)}$	$X_2^{(1)}$	$X_3^{(1)}$	$X_4^{(1)}$	$X_5^{(1)}$	$X_6^{(1)}$	
1.	Повнота паспортизації обладнання	3	2	3	2	3	2	2	1	2	3	2	2	2
2.	Дотримання графіків сервісного обслуговування обладнання	3	3	3	3	3	3	2	1	1	2	1	3	0
3.	Наявність служби енергоменеджменту	3	3	2	2	2	3	1	0	1	2	1	2	1
4.	Система навчання в області енергозбереження	3	2	0	2	2	2	0	1	0	1	0	1	1
5.	Система заохочень за результати в галузі енергозбереження	3	2	1	1	2	1	1	0	1	0	1	0	2
6.	Програма енергозбереження	3	3	2	2	2	3	0	1	1	1	2	1	3

Вихідні данні зведемо у дві групи показників.

Успішні підприємства:

$$X_1^{(1)} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, X_2^{(1)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, X_3^{(1)} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, X_4^{(1)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, X_5^{(1)} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, X_6^{(1)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Неуспішні підприємства:

$$X_1^{(2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, X_2^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, X_3^{(2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, X_4^{(2)} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, X_5^{(2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, X_6^{(2)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Підприємство, стан якого досліджується:

$$\bar{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Етап 1: Навчання

На етапі навчання за наведеними вище характеристиками за формулою (2) обчислимо вектори середніх :

$$\hat{a}_1 = \frac{1}{m_1} \sum_{i=1}^{m_1} x_i^{(1)} = \begin{pmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \\ x_3^{(1)} \\ x_4^{(1)} \\ x_5^{(1)} \\ x_6^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,00 \\ 2,50 \\ 1,83 \\ 2,00 \\ 2,33 \\ 2,33 \end{pmatrix} \quad \hat{a}_2 = \frac{1}{m_2} \sum_{i=1}^{m_2} x_i^{(2)} = \begin{pmatrix} 1,00 \\ 0,67 \\ 1,00 \\ 1,50 \\ 1,67 \\ 1,50 \end{pmatrix}$$

де m_1 та m_2 кількість успішних та неуспішних підприємств відповідно, $m_1 = m_2 = 6$
Використовуючи формулу (3)

$$m_{jl}^{(1)} = \sum_{i=1}^{m_1} (x_{il}^{(1)} - x_l^{(1)}) (x_{il}^{(1)} - x_l^{(1)}); \quad i = 1, 2 \dots 6; \quad l = 1, 2 \dots 6$$

Складаємо коваріаційну матрицю успішних підприємств:

$$\hat{M}_1 = \begin{pmatrix} 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 1,50 & 1,50 & 1,00 & 0,00 & 2,00 \\ 0,00 & 1,50 & 6,83 & 2,00 & 2,33 & 2,33 \\ 0,00 & 1,00 & 2,00 & 2,00 & 1,00 & 2,00 \\ 0,00 & 0,00 & 2,33 & 1,00 & 1,33 & 0,33 \\ 0,00 & 2,00 & 2,33 & 2,00 & 0,33 & 3,33 \end{pmatrix}$$

Повторно використавши формулу (3) складаємо коваріаційну матрицю неуспішних підприємств:

$$\hat{M}_2 = \begin{pmatrix} 4,00 & 0,00 & 2,00 & 3,00 & 1,00 & 3,00 \\ 0,00 & 1,33 & 0,00 & 1,00 & 0,33 & 1,00 \\ 2,00 & 0,00 & 2,00 & 2,00 & 2,00 & 1,00 \\ 3,00 & 1,00 & 2,00 & 5,50 & 1,50 & 4,50 \\ 1,00 & 0,33 & 2,00 & 1,50 & 2,83 & 0,50 \\ 3,00 & 1,00 & 1,00 & 4,50 & 0,50 & 5,50 \end{pmatrix}$$

Оцінку загальної коваріаційної матриці здійснюємо за формулою (5):

$$\hat{M} = \frac{1}{m_1 + m_2 - 2} (m_1 \hat{M}_1 + m_2 \hat{M}_2) = \begin{pmatrix} 0,40 & 0,00 & 0,20 & 0,30 & 0,10 & 0,30 \\ 0,00 & 0,28 & 0,15 & 0,20 & 0,03 & 0,30 \\ 0,20 & 0,15 & 0,88 & 0,40 & 0,43 & 0,33 \\ 0,30 & 0,20 & 0,40 & 0,75 & 0,25 & 0,65 \\ 0,10 & 0,03 & 0,43 & 0,25 & 0,42 & 0,8 \\ 0,30 & 0,30 & 0,33 & 0,65 & 0,08 & 0,88 \end{pmatrix}$$

Використовуючи програмний пакет MS Excel розрахуємо зворотню коваріаційну матрицю за формулою (6):

$$\hat{M}^{-1} = \frac{1}{|\hat{M}|} \begin{pmatrix} 4,610 & 2,585 & -0,512 & -0,915 & 0,085 & -1,585 \\ 2,585 & 7,122 & -0,732 & 0,122 & 0,122 & -3,122 \\ -0,512 & -0,732 & 2,890 & 0,518 & -2,982 & -0,768 \\ -0,915 & 0,122 & 0,518 & 5,747 & -3,003 & -3,872 \\ 0,085 & 0,122 & -2,982 & -3,003 & 6,747 & 2,628 \\ -1,585 & -3,122 & -0,768 & -3,872 & 2,628 & 5,622 \end{pmatrix}$$

Етап 2. Прийняття рішення

Для оцінки логарифму відношення правдоподібності $\ln \hat{L}$ за формулою (7) покроково визначимо значення її співмножників. Спочатку вираховуємо різницю векторів середніх $(\hat{a}_1 - \hat{a}_2)$ и транспонуємо отриманий результат за формулою (8):

$$(\hat{a}_1 - \hat{a}_2)^T = (11,854 \quad 15,220 \quad -3,817 \quad -5,030 \quad 6,470 \quad -3,720)$$

Далі транспонований вектор середніх помножимо на зворотню коваріаційну матрицю (9)

$$(\hat{a}_1 - \hat{a}_2)^T \hat{M}^{-1} = (2,000 \quad 1,833 \quad 0,833 \quad 0,500 \quad 1,167 \quad 0,833)$$

Розрахуємо значення другого співмножника (10):

$$[2\bar{x} - (\hat{a}_1 + \hat{a}_2)] = (0,000 \quad -3,167 \quad -0,833 \quad -1,500 \quad 0,500 \quad 2,167)$$

де \bar{x} – вектор значень підприємства, стан якого досліджується.

Маючи значення усіх співмножників, розрахуємо оцінку логарифма відношення правдоподібності $\ln \hat{L}$ за формулою (7):

$$\ln \hat{L} = \frac{1}{2} (\hat{a}_1 - \hat{a}_2)^T \hat{M}^{-1} [2\bar{x} - (\hat{a}_1 + \hat{a}_2)] = -21,146$$

Етап 3. Оцінка достовірності діагностики

На даному етапі розрахуємо помилки розпізнавання першого та другого роду α та β за формулою (12). Для цього попередньо розрахуємо її складові:

Відстань Махаланобіса d^2 розрахуємо за (13) та (14)

$$d^2 = (\hat{a}_1 - \hat{a}_2)^T \hat{M}^{-1} (\hat{a}_1 - \hat{a}_2) = 50,362$$

$$d = \sqrt{d^2} = 7,097$$

За формулами (15) розрахуємо значення σ_1 та σ_2 відповідно:

$$\sigma_1 = \sqrt{\sigma_1^2} = 0,577, \quad \sigma_2 = \sqrt{\sigma_2^2} = 2,082$$

Підставимо значення параметрів σ_1 , σ_2 та функцій від них $F(x)$, $\exp\{-Z\}$ у формулу (12) обчислюємо вірогідності помилок діагностики $\alpha = \beta$:

$$\begin{aligned} \alpha = \beta = & F\left(\frac{d}{\sigma_1}\right) F\left(-\frac{d}{\sigma_2}\right) + F\left(-\frac{d}{\sigma_1}\right) F\left(\frac{d}{\sigma_2}\right) \\ & + \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma_1 \sigma_2}{d(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)} \right] \left[\sigma_2 \exp\left\{-\frac{d^2}{2\sigma_1^2}\right\} \right] \left[F\left(\frac{d}{\sigma_2}\right) F\left(-\frac{d}{\sigma_2}\right) \right] \\ & - \left(\sigma_1 \exp\left\{-\frac{d^2}{2\sigma_2^2}\right\} \right) \left[F\left(\frac{d}{\sigma_1}\right) F\left(-\frac{d}{\sigma_1}\right) \right] = 0,003 \end{aligned}$$

Тоді вірогідність рішення визначимо за формулою:

$$D = 1 - \alpha = 1 - \beta = 1 - 0,003 = 0,997$$

Таким чином, можна зробити висновок, що досліджувано підприємство є неуспішним $\ln \hat{L} = -21,146 < 0$ з вірогідністю $D = 0,997$

Висновки

1. В результаті проведення досліджень запропоновано метод діагностики стану енергоефективності промислового підприємства на стадії діагностичного енергоаудиту, що дає змогу здійснити аналізування

стану промислового підприємства з енергоефективності за показниками, які встановлюються особою, що приймає рішення.

2. Задача діагностування кризових станів підприємства з енергоефективності є типовою задачею двоальтернативного прийняття рішень з ризиком та може бути вирішена запропонованим методом в рамках теорії розпізнавання образів.

V. Rozen¹, Dr. Sc. (Eng.), Prof., ORCID: 0000-0002-0440-4251

P. Rozen², Ph. D. student, ORCID: 0009-0003-7934-3398

¹National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

²General Energy Institute of National Academy of Sciences of Ukraine

METHOD FOR ASSESSING THE ENERGY EFFICIENCY PERFORMANCE OF AN INDUSTRIAL ENTERPRISE

This paper addresses the problem of diagnosing the energy performance of an industrial enterprise within the framework of energy management and diagnostic energy auditing. The study proposes a mathematical model that formalizes the diagnostic task as a problem of multidimensional pattern recognition. The approach is based on constructing a feature space of energy performance indicators that characterize the efficiency of fuel and energy resource utilization in production systems. A statistical classification procedure is employed to identify the state of an enterprise by assigning it to predefined reference classes formed on the basis of training samples representing different levels of energy performance. To enhance diagnostic reliability, the model incorporates a probabilistic framework that includes the evaluation of likelihood ratios, Mahalanobis distance, and type I and type II classification errors. The proposed method enables rapid and economically efficient assessment without the need for a full-scale energy audit, thus providing a tool for preliminary diagnostics and screening. Model validation is carried out using empirical data from a food industry enterprise, demonstrating the applicability of the approach for comparative analysis, monitoring of energy performance dynamics, and supporting managerial decision-making regarding the prioritization of energy efficiency measures and the justification of detailed energy audits.

Keywords: energy efficiency, diagnostic energy audit, industrial enterprise, pattern recognition, mathematical model, energy management.

References

1. Natsionalnyy plan diy z energetyky to klimatu na period do 20230 roku. Skhvaleno Rozporyadzhenniam KМУ № 587-p vid 25 chervnya 2024 r. [in Ukrainian]
2. Ковалко О.М., Новосельцев О.В., Євтухова Т.О. Вступ до теорії енергоефективності багаторівневих систем: методи та моделі енергетичного менеджменту в системі житлово-комунального господарства. –К.: НАН України, Інститут технічної теплофізики, 2014. –252 с. [in Ukrainian]
3. Energy management handbook / Stephen A. Roosa, Steve Doty, Wayne C. Turner. Ninth edition. | Louisville, Kentucky : Fairmont Press, Inc., 2018 - 893 p. ISBN 9788770222655 (electronic)
4. Energetychnyi audyt. Navchalnii pisibnyk. [Energy Audit: Training Manual] / O.I. Solovey, V.P. Rozen, ta inshi. – Cherkasy: ChDTU, 2005. – 229 p. [in Ukrainian]
5. Thumann, Albert. Handbook of energy audits / Albert Thumann, Terry Niehus, William J. Younger. -- 9th ed. 2012 – 495 p. ISBN 978-8-7702-2303-4 (electronic)
6. IWA 48:2024 Framework for implementing environmental, social and governance (ESG) principles
7. ISO/UNDP PAS 53002:2024 Guidelines for contributing to the United Nations Sustainable Development Goals (SDGs).
8. Julius T. Tou, Rafael C. Gonzalez. Pattern Recognition Principles. Addison-Wesley Publishing Company, 1974. – 377 p. ISBN 0201075865
9. Ulisses Braga-Neto. Fundamentals of Pattern Recognition and Machine Learning. Springer Nature, 2024. – 292 p. ISBN 3031609514

Надійшла: 24.02.2026

Received: 24.02.2026

Прийнята: 24.03.2026

Accepted: 24.03.2026